



ادامانپور سرکہ وادامانپور

وزارت فرہنگ

کتاب حساب
سال اول و پیرشما

حق چاپ محفوظ

۱۳۱۸

چاپ و نشر: ...

در است گفتاری و درست کرداری و دیگر صفات و اخلاق نیکو که منظور اصلی از
تعلیم و تربیت میباشد .

پسین پشینا و این کیب یونی تالیف کتاب درسی بریک از مواد برنامه بخندن
از کسانی که از موده دشمنی و اشتند ارجاع شد .

اینک کتاب حساب برای سال اول ویرستانها که تالیف آن به :

آقای دکتر علی فضلی پور و انشیار

آقای ابوالقاسم نراقی

و اذار شده بود از طرف وزارت فرهنگ منتشر شوید که در همه ویرستانهای پیرا
و دختران که در مختصر ادرین شود .

وزیر فرهنگ

بهمن

M.A. LIBRARY, A.M.U.



PE1175

مقدمه

۱ - چندی - آنچه را که قابل افزایش یا کاهش باشد چندی (کمیت) گویند .

۲ - مقدار - جزء محدود و معینی از چندی را مقداری از آن چندی خوانند .

۳ - مثال - شماره دانش آموزان يك دبیرستان - سنگینی يك کیسه آرد - پهنای يك خیابان و روشنی يك چراغ برق هر يك بترتیب مقداری از چندی های شماره وزن ، در ازا و روشنائی میباشد .

۴ - يکه - يکه مقدار معینی است از هر چندی که برای سنجیدن یعنی شمردن یا اندازه گرفتن آن چندی بکار میروند مانند کتاب برای شمردن جنس کتاب و کیلو گرم برای اندازه گرفتن جنس وزن و متر برای اندازه گرفتن جنس در ازا .

۵ - چندی بر دو گونه است : يکی چندی پیوسته آن است که يکه های آن از يکديگر جدا نیستند بلکه يکديگر پیوسته اند مانند چندی وزن و چندی درازا ديگر چندی ناپيوسته که طبيعة يکه های

آن جدا جدا است مثل جمعیت و کتاب که یک‌که آنها باشد نفر و یک کتاب است .

چنانکه میبینید درین گونه چندی یک‌که بالطبع معین و مشخص است اما در چندی های پیوسته مقدار معین مشخص از هر چندی را بعنوان یک‌که آن چندی انتخاب و اختیار می‌کنند مانند متر برای چندی درازا و ساعت برای چندی زمان .

۶ - سنجش شمردن مقداری از چندی پیوسته یا اندازه گرفتن مقداری از چندی پیوسته را سنجش خوانند - عبارت دیگر سنجش یک مقدار تعیین شماره یک‌که‌هایی است که در آن مقدار موجود میباشد

۷ - عدد - نتیجه سنجش یک مقدار را با یک‌که اختیار شده عدد گویند

۸ - مثال - در جعبه چند مداد داریم هر یک از آنها یک‌که جنس مداد میباشد اگر نتیجه سنجش مداد های این جعبه را یک‌که هفت شده هفده را عدد گوئیم و همچنین اگر فاصله در یک‌که چهارم برق را برآوردی و چهار متر باشد سی و چهار را عدد خوانند -

۹ - عدد عقید و عدد مطلق - هر عددی که به وسیله فکر درشد مقید خوانند مانند هفت متر پاترده درخت - عددی را که بی نام یک‌که باشد مطلق گویند مانند هشت و ده -

۱۰ - عدد درست و عدد برخه‌ای - اگر مقداری در یک‌که شامل چند یک‌که تمام باشد نتیجه سنجش این مقدار با یک‌که عدد درست میباشد اگر در مقداری علاوه بر یک‌که های درست جزئی کوچکی از یک‌که یافت شود عددی که سنجش این مقدار را نمایش میدهد عدد درست برخه‌ای -

برای سنجش جزء کوچکتر از یکه - یکه اصلی را بچند جزء
متساوی قسمت نموده یکی از آنها را که یکه برخه‌ای مینامند بعنوان یکه
نو انتخاب کرده جزء کوچکتر از یکه را با این یکه کوچکتر می‌سنجیم
۹۹- تعریف علم حساب - حساب علمی است که از خواندن و
نوشتن عدد های مطلق و خواص آنها و عمل هائیکه در آنها میتوان انجام
داد و راه بکار بردن این عملها در حل مسئله ها گفتگو مینماید -

بخش نخست

شمار

۱۲ - شمار بخشی است از حساب که در آن از تشکیل اعداد و قانونهای خواندن و نوشتن آنها بوسیله یکعده واژه ها و علامتهای معین گفتگو مینماید .

۱ - تشکیل عدد ها

۱۳ - تشکیل عدد ها - عدد نخستین يك است اگر بريك يکي ديگر بيفزائيم دومين عدد بدست ميآيد و چون اين عمل را هر چند بار بخواهيم ميتوانيم تکرار نمائيم معلوم ميشود که سلسله عدد بزرگتر است زیرا هر اندازه عددی بزرگتر فرض شود باز با افزودن يك بر آن ميتوان عددی بزرگتر بدست آورد -

۲ - شمار گفتنی

۱۴ - تعريف - مقصود از شمار گفتنی بيان قواعدی است برای نامیدن سلسله بی پایان عدد - چون سلسله عدد بی پایان است اگر ميخواستيم برای هريك نام مخصوصی بگذاريم شماره اين نامها نيز بی پایان و بكار بردن آنها غير ممکن بود - پس ناچار بايد قوانينی وضع نمود که نامیدن همه عدد ها را بكمك يك عدد محدود واژه های معین ممکن سازد

این قواعد را شمار گفتنی نامند - برای روشن شدن مطلب بذکر مثالی میپردازیم :

۱۵ - در کتابخانه ای کلیه کتابها در طبقه های مختلف بعده مساوی قرار گرفته مثلاً بیست طبقه که در هر یک دوازده جلد کتاب یافت میشود و کتابهای هر طبقه نیز شماره مشخص دارد در این صورت هر کتابی را که طبقه و شماره آنرا بدانیم میتوانیم باسانی بیابیم مثلاً میگوئیم کتاب هشتم از طبقه پنجم - ولی اگر کتابها طبقه بندی نشده فقط شماره آنها معلوم باشد برای یافتن کتاب شماره پنجاه و ششم که همان کتاب پیش است وقت بیشتری لازم خواهد بود -

قواعد شمارا اعداد تقریباً بر همین پایه قرار گرفته است یعنی برای شمردن اعداد هم طبقه ها و مرتبه هائی اختیار شده و چون نخستین وسیله برای شمردن انگشتان دست بوده عادت بر این جاری شده که هر مرتبه شامل ده عدد باشد - این نوع شمار را شمار ده دهی (اعشاری) نامند ولی ممکن است که شماره عدد های موجود در یک مرتبه برابر ده نبوده بلکه شش یا هشت یا دوازده باشد - در شمار ده دهی عدد ده را پایه گویند

۱۶ - شمار ده دهی (اعشاری) - عدد يك يكه (واحد) مرتبه اول است و عدد های : يك دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه که هر يك نام مخصوصی دارند مرتبه اول یا مرتبه یکان (آحاد) را تشکیل میدهند اگر يك يكه بر نه بیفزائیم عدد ده بدست میآید که دهمین عدد مرتبه یکان است و آنرا بعنوان يكه مرتبه دوم که مرتبه دهگان (عشرات) است اختیار مینمائیم پس ده يكه مرتبه نخست يك يكه مرتبه دوم را میسازد

که آنرا دهه (عشره) گویند و عدد های یک دهه دودهم سه دهه ...
 هشت دهه نه دهه را که بنامهای ده بیست سی چهار پنجاه
 شصت هفتاد هشتاد نود نامیده میشوند عدد های مرتبه دوم میشوند
 اگر یک یک مرتبه دوم که ده باشد بر نود بیفزائیم عدد صد که دهمین
 عدد مرتبه دهگان است بدست میآید و آنرا بعنوان یک مرتبه سوم که
 مرتبه صدگان (مات) است اختیار مینمائیم -

برای نامیدن عددهائی که بین دو دهگان متوالی قرار گرفته اند
 نام دهگان کوچکتر را بضمیمه شماره یکانهای لازم ذکر مینمائیم مانند:
 سی و یک سی و دو سی و هشت سی و نه و هفتاد و یک هفتاد و دو . . .
 ولی عدد های واقع بین ده و بیست نامهای مخصوصی دارند و بجای اینکه
 بگوئیم ده و یک و ده و دو و ده و سه ده و نه میگوئیم: یازده دوازده
 سیزده چهارده پانزده شانزده هفده هیجده نوزده -

چنانچه گفتیم ده دهگان یعنی ده یک از مرتبه دوم تشکیل یک
 صد یابک یک از مرتبه سوم را میدهد و اعداد یک صد دودهم سه صد
 چهار صد نه صد را که مرتبه سوم یا مرتبه صدگان را میسازد مرتباً
 بنامهای صد دویست سیصد چهار صد پنصد شصت هفتصد هشتصد
 نهصد میخوانیم -

برای نامیدن اعداد واقع بین دودهمگان متوالی مانند سیصد چهارصد
 نام صدگان کوچکتر را گفته و در پی آن نام دهگان و یکدن لازم را ذکر
 میکنیم مثلاً سیصد و یک سیصد و دو سیصد و دوازده . . . سیصد و
 هفتاد و پنج سیصد و نود سیصد و نود و نه

از یک تا نه صد و نود و نه را طبقه اول اعداد یا طبقه یکدن خوانیم
 و نباید فراموش کرد که مرتبه یکان غیر از از طبقه یکدن است -

ده يکه از مرتبه سوم ياده صد يک يکه از مرتبه چهارم را ميسازد و آنرا هزار گویند که يکه مرتبه اول از طبقه دوم است برای نامیدن اعداد بزرگتر از هزار همان عملی را که در باره يک يکه مرتبه نخست از طبقه اول انجام دادیم در باره هزار که يکه مرتبه اول از طبقه دوم است اجرا مینمائیم بدینطریق میتوانیم اعداد را تا نهصد و نود و نه هزار و نهصد و نود و نه بنامیم واضح است که عدد ده هزار يکه مرتبه دوم از طبقه دوم و عدد صد هزار يکه مرتبه سوم از طبقه دوم میباشد بنابراین در هر طبقه سه مرتبه موجود است و واحد مرتبه نخست هر طبقه هزار برابر يکه مرتبه نخست طبقه پیش از آنست -

هزار برابر يکه مرتبه نخست از طبقه دوم را يك ميليون نامند و این عدد يکه مرتبه اول از طبقه سوم است - يکه مرتبه اول از طبقه چهارم يك بليون يا يك ميلیارد است که برابر هزار ميليون میباشد در جدول زیرین مرتبه ها و طبقه های مختلف دیده میشود -

طبقه اول يکان			طبقه دوم هزارگان			طبقه سوم میلیونها			طبقه چهارم بلیونها		
مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه
۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه	مرتبه
۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳	۳	۳	۴	۴	۴
يکان	دهگان	صدگان	يکان هزار	دهگان هزار	صدگان هزار	يکان ميليون	دهگان ميليون	صدگان ميليون	يکان بليون	دهگان بليون	صدگان بليون

۳ - شمار نوشتنی

۹۷ - تعریف - مقصود از شمار نوشتنی بیان قواعدی است برای نوشتن سلسله بی پایان عدد بوسیله عدد محدود علامتهای معین -

۱۸ - نوشتن اعداد - همان قسم که نامهای خصوصی برای نه عدد مرتبه نخست طبقه اول اختیار شد نه علامت هم برای نمایش آنها بکار میرود بدینقرار: ۱ (يك) و ۲ (دو) و ۳ (سه) و ۴ (چهار) و ۵ (پنج) و ۶ (شش) و ۷ (هفت) و ۸ (هشت) و ۹ (نه) - همین نه علامت برای نمایش اعداد همه مراتب هر يك از طبقات بکار میرود مثلاً گوئیم: ۱ دهه ۲ دهه ۳ دهه ۴ دهه ۵ دهه ۶ دهه ۷ دهه ۸ دهه ۹ دهه و برای اینکار کافی است بترتیب یگانهای هر مرتبه را با ذکر مرتبه که این یگانها نمایش آنها میباشد بنویسیم بدینطریق نوشتن همه ممکن و آسان میگردد

در کشور ایران نیز مانند کشورهای دیگر از چپ بر راست اعداد را مینویسند بدینقرار که از بزرگترین مرتبه بزرگترین طبقات شروع نموده و بمرتبه یکان طبقه اول که در راست نوشته میشود ختم مینمایند و در هر طبقه بترتیب از چپ بر راست یکصدگان و بیست و یکدهگان را قرار میدهند و طبقه بزرگتر در چپ طبقه کوچکتر نوشته میشود

۹۹ - مثال - برای نوشتن عدد هفت هزار و سیصد و پنجاه و چهار - اول یکصد و هفت را که نمایش یکان طبقه هزاران است در سمت چپ و پس از آن یکصد و سه را که نمایش صد هاست و سپس یکصد و پنج را که نمایش شماره دهگان است و بالاخره یکصد و چهار را که نمایش مرتبه یکان است مینویسیم بدینقسم: ۷۳۵۴

۴۰ - علامت صفر - ممکن است عددی يك یا چندین مرتبه پیاپی یا غیر پیاپی را دارا نباشد در اینحال برای حفظ آن مرتبه ها بمنظور رعایت مراتب بالاتر بجای مرتبه هائی که درعد یافت نمیشود علامت (۰) را که صفر نام دارد میگذاریم

مثال - عددهای سه هزار و هفصد و پنج - و چهل و پنج هزار و نه را چنین مینویسیم: ۳۷۰۵ و ۴۵۰۰۹ عدد نخست مرتبه دهگان طبقه اول را نداشته بجای آن صفر گذاشته ایم و عدد دوم مرتبه های دهگان و صدگان اول را نداشته است -

۴۱ - خواندن عدد ها - برای خواندن عدد کوچکتر از هزار نخست مرتبه صدگان سپس مرتبه دهگان و بالاخره مرتبه یکان را که یترتیب از چپ بر راست نوشته شده میخوانیم هر مرتبه باحروف (و) بمرتبه بعد متصل میگردد .

مثال - عدد ۷۲۵ را چنین میخوانیم: هفتصد و بیست و پنج - برای خواندن عدد بزرگتر از هزار نخست آنرا از سمت راست بطبقه های سه پیکری قسمت کرده و هر يك از این طبقه ها را مانند عدد کوچکتر از هزار خوانده و بمرتبه یکان هر طبقه نام یکان آن طبقه را میفزائیم .

مثال - : میخوانیم عدد ۸۰'۰۹۵'۲۰۶ را بخوانیم - از سمت راست آنرا بطبقه های سه پیکری تقسیم کرده می بینیم این عدد دارای طبقه های یکان و هزاران و میلیون است و آنرا همانطور که گفته شد بدینقسم میخوانیم: هشتاد میلیون و نود و پنج هزار و دوست و شش

مسئله ۴ - (نمونه) - می‌خواهیم تعیین کنیم چند عدد درست يك يکری یا دویکری یا سه‌یکری یا موجود است -

الف - چنانچه میدانیم شماره اعداد يك يکری ۹ میباشد -

ب - کوچکترین عدد دویکری ۱۰ و کوچکترین عدد سه‌یکری ۱۰۰ میباشد پس شماره اعداد دویکری برابر خواهد بود با $۹۰ = ۱۰۰ - ۱۰$

ج - بهمین ترتیب دیده میشود شماره عدد های سه‌یکری برابر میباشد با $۹۰۰ = ۱۰۰۰ - ۱۰۰$ و

مسئله ۵ - تعیین کنید چند عدد سه‌یکری مابین دو عدد ۳۸۱ و ۶۹۵ یافت میشود (جواب : ۳۱۴ عدد)

مسئله ۶ - کتابی دارای ۵۴۸ صفحه است تعیین کنید چند یکری برای نمایش شماره صفحه‌های این کتاب بکار رفته (جواب : ۱۵۳۶)

مسئله ۷ - سلسله طبیعی عدد ها را از يك تا هزار می‌دری بترتیب مینویسیم تعیین کنید :

الف - چند بار علامت صفر و هریک از یکری‌های ۹ گانه ۱ و ۲ و ۳ و ۹ بکار می‌روند ؟

ب - مجموع شماره یکری هائی را که بکار رفته مستقیماً و یا با جمع نمودن عدد هائی که در قسمت الف بدست آمده تعیین کنید -

ج - تعیین کنید یکری های سصد و شصت و پنجم و هفتصد و چهل و یکم و هزار و هشتصد و هفتاد و هشتم این رشته چیست ؟

مسئله ۸ - برای نمایش شماره صفحه های کتابی ۱۰۷۷ یکری بکار رفته است تعیین کنید شماره صفحه های این کتاب را (جواب : ۳۹۵)

مسئله ۹ - (نمونه) - اگر در عدد ۳۸ جای یکری ها را تغییر دهیم چه تغییری در این عدد روی میدهد ؟

حل - اگر يك يکری از یکری یکان این عدد کم کنیم عدد یاندازه يك يکری کوچکتر میگردد و اگر يك يکری بر یکری یکان بیفزاییم عدد مقروض ۱۰ يك يکری بزرگتر میگردد - پس اگر يك يکری از یکری یکان برداشته و آنرا بر یکری دهگان بیفزاییم عدد مقروض یاندازه $۹ = ۱۰ - ۱$ يك يکری بزرگتر میشود - بنابراین اگر ۸ را

بجای ۳ و ۳ را بجای ۸ بگذاریم مثل آنکه ۵ بیکه از دیگر یگان ۴ کرده بر
 پیکر دهگان افزوده ایم پس عدد مفروض با اندازه ۵۰ ۹۰۵۰۰۰۰۰۰۰
 می بینم $۸۳ - ۳۸ = ۴۵$ است

قاعده - هرگاه در عدد دویکری جای یکر های یکن و دهکن را تغییر دهیم عدد مفروض با اندازه ۹ برابر اختلاف بین دو یکر یکن و دهکن بزرگتر و یا کوچکتر میگردد . واضح است اگر یکر یکن بزرگتر باشد عدد مفروض بزرگتر و اگر یکر دهکن بزرگتر از یکن باشد عدد کوچکتر میگردد .

مسئله ۱۰- معین کنید اگر در عددی سه‌بهرگی ۹۳۰ و ۷۰۵ و ۲۶۹ و ۴۸۱ جای دویبهرگی یکان و صدگان را تغییر دهیم چه تغییری در هر یک از این عددها روی مبدع و قاعده نظیر قاعده مسئله نمونه بالا ظاهر شود.

مسئله ۹۹ - معین کنید اگر در هر يك از ۹۷ و ۵۱ و ۴۰ و ۲۶ و ۷۳ و ۱۹۴ و ۳۰۷ و ۴۲۸ جای بزرگ‌های یکنوا و همگن را تغییر دهیم در هر يك چه تغییری روی می‌دهد؟

بخش دوم

چهار عمل اصلی

۱ - جمع

۴۲ - تعریف - منظور از جمع چندین عدد بدست آوردن عددیست بنام مجموع یا حاصل جمع که بتنهائی دارای همانقدر یک باشد که در آن چند عدد موجود است -

علامت جمع - علامت جمع (+) و آنرا بعلاوه یا باضافه میخوانیم - تبصره - تنها میتوان اعدادی را جمع نمود که از یک جنس بوده و با یک یک بیان شده باشد مثلاً نمیتوان هشت کتاب را با ده مداد جمع نمود اگر اعداد مقیدی که میخوانیم با هم جمع کنیم از یک جنس بوده ولی یک های آنها مشترك نباشد پیش از عمل یک ها را هم جنس نمود و بعد عمل جمع را بجا میآوریم مثلاً اگر بخوانیم ۱۲۵ متر را با ۳ کیلو متر جمع کنیم نخست ۳ کیلو متر را بایک متر بیان میکنیم میشود ۳۰۰۰ متر سپس این عدد را با ۱۲۵ جمع مینمائیم و حاصل جمع از جنس متر خواهد بود -

۴۳ - قاعده - وقتی میخوانیم چند عدد را با یکدیگر جمع کنیم نخستین عدد را با عدد دوم و حاصل جمع این دو را با سوم و این حاصل جمع را با چهارمی جمع مینمائیم و عمل را آنقدر ادامه میدهیم تا حاصل جمع همه عدد ها بدست آید -

مثال - در سه جعبه به ترتیب ۸ و ۵ و ۳ مداد است. اگر مدادهای جعبه دوم را يك يك در جعبه اول قرار دهیم پس از آنکه مدادهای جعبه دوم در جعبه اول $1+1+1+1+1+1=13$ مداد خواهد بود حال اگر مدادهای جعبه سوم را نیز در جعبه اول بگذاریم پس از تمام شدن مدادهای جعبه سوم در جعبه اول $1+1+1+13=16$ مداد میباشد پس گوئیم مجموع یا حاصل جمع عددهای ۸ و ۵ و ۳ عدد ۱۶ است و آنرا چنین نمایش میدهیم $8+5+3=16$

۴۴- اصل ۱. (۱) اگر ترتیب اعدادی را که میخواهیم با یکدیگر

جمع کنیم تغییر دهیم در حاصل تغییری روی نمیدهد

مثال - $2+3+7+9=21$ و نیز $9+2+7+3=21$

۴۵- اصل ۲. اگر در يك عمل جمع بعضی چندین عدد مجموع

آنها را قرار دهیم در حاصل جمع تغییری روی نمیدهد

مثال - $2+3+7+9=21$ و نیز $14+5=19$ و $(3+2)+(8+5)=19$

۴۶- اصل ۳ - برای اینکه عددی را به مجموع چند عدد بفرایم

کافیست آنرا یکی از این عددها اضافه نمائیم

مثال - $24=20+4=(9+3+7+1)+4$ و نیز

$24=9+6+3+6=(3+3)+3+9$

۴۷- اصل ۴. اگر در يك از عددهایی را که میخواهیم با یکدیگر

جمع کنیم چندبار بزرگ یا کوچک کنیم حاصل جمع هم بزرگتر یا کوچکتر میگردد

(۱) دانستن مضامینی که بتوان اصل گفته فرموده برای دانش آموزان لازم

است و اثبات آنها بعد از جبر و مقابله و حساب استدلالی گفته خواهد شد

$$\begin{aligned} \text{مثال - } ۱۴ &= ۳ + ۵ + ۶ \quad \text{و} \quad ۲۰ = ۶ + ۸ + ۴ \times ۲ \\ (۳ \times ۲) + (۵ \times ۲) + (۶ \times ۲) &= ۶ + ۱۰ + ۱۲ = ۲۸ = ۱۴ \times ۲ \\ (۶:۲) + (۸:۲) + (۴:۲) + (۲:۲) &= ۳ + ۴ + ۲ + ۱ = ۱۰ = ۲۰:۲ \end{aligned}$$

برای آنکه دانش آموزان بخوبی بمنعای جمع پی ببرند مثال زیرین را ذکر میکنیم -

مثال - در سه خیابان شهرستان سیم برق کشیده اند درازای سیم برق در اولی ۳ کیلومتر و ۲ هکتومتر و ۸ دکامتر و ۵ متر و در دومی ۱ کیلومتر و ۷ دکامتر و ۶ متر و در سومی ۷ هکتومتر و ۳ دکامتر و ۹ متر میخواهیم بدانیم درین سه خیابان چقدر سیم بکار رفته است -

برای تعیین درازی همه سیمها بهتر است اول کیلومترها را باهم و هکتومترها را باهم و دکامترها را نیز باهم و مترها را باهم جمع کرده سپس حاصل جمع را به متر تحویل کنیم - پس گوئیم درازی سیم برق عبارتست از (کیلومتر $۴ = ۳ + ۱$) و (هکتومتر $۹ = ۲ + ۷$) و (دکامتر $۱۸ = ۳ + ۷ + ۸$) و (متر $۲۰ = ۵ + ۶ + ۹$) میباشد یعنی ۴ کیلومتر و ۹ هکتومتر و ۱۸ دکامتر و ۲۰ متر ولی چون متر $۴۰۰۰ = ۴$ کیلومتر و متر $۹۰۰ = ۹$ هکتومتر و متر $۱۸۰ = ۱۸$ دکامتر پس درازی سیم ها برابر متر $۵۱۰۰ = ۲۰ + ۱۸۰ + ۹۰۰ + ۴۰۰۰$ یعنی ۵ کیلومتر و یک هکتومتر خواهد بود

۴۸ - قاعده - برای جمع شدن چند عدد دو حالت تشخیص میدهیم:

حالت نخست - هرگاه عدد هائی را که میخواهیم جمع کنیم همه دارای يك پیکر یا عبارت دیگر همه از مرتبه یکان باشند آنها را زیر یکدیگر در يك ستون نوشته و تریبی که گفته شد آنها را باهم جمع میکنیم یعنی عدد نخستین را با عدد دوم و حاصل را با سومی و جمع میکنیم تا اینکه حاصل جمع همه عدد ها بدست آید -

مثال - میخوایم عدد های ۵ و ۷ و ۶ و ۹ و ۲ را با هم

جمع کنیم طرز عمل چنین است :

حاصل جمع مساویست با ۲۹

اگر عدد هائی که میخوایم جمع کنیم عدد نزدیک مرتبه باشند طرز عمل باز بهمین قرار است و مرتبه حاصل جمع عبارت خواهد بود از مرتبه مشترك آن عدد ها -

حالت ۲ - از آنچه گفته شد چنین بر می آید که برای جمع چندین عدد چند پیکری باید یکان هر مرتبه را با هم جمع نموده و بعد حاصل را مرتب کرد -

مثال - میخوایم سه عدد ۲۰۶۰۷ و ۸۰۶۰ و ۴۷۵۹ را با هم

جمع کنیم طرز عمل چنین است :

یکه	ده	صده	هزار	عدد
۲	۶	۰	۷	۷۰۶۲
۸	۰	۶	۵	۵۶۰۸
۹	۵	۷	۴	۴۷۵۹
۱۹	۱۱	۱۳	۱۶	جمع

مجموع این سه عدد دارای

۱۹ یکه و ۱۱ دهه و ۱۳

صده و ۱۶ هزار است

اما ۱۹ یکه برابر ۹ یکه

و یک دهه میباشد پس عدد

مفروض دارای ۹ یکه و $۱۲ = ۱۱ + ۱$ دهه است و چون ۱۲ دهه

برابر ۲ دهه و یک صده میباشد حاصل جمع دارای ۹ یکه و ۲ دهه و

$۱۴ = ۱۳ + ۱$ صده میباشد ولی ۱۴ صده برابر ۴ صده و ۱ هزار است

پس حاصل جمع دارای ۹ یکه و ۲ دهه و ۴ صده و $۱۷ = ۱۱ + ۱$

هزار خواهد بود بنا براین :

$۱۷۴۲۹ = ۹ + ۲۰ + ۴۰۰ + ۱۷۰۰۰ = ۴۷۵۹ + ۵۶۰۸ + ۷۰۶۲$ و حاصل

جمع سه عدد مفروض بدست میآید .

۴۹ - طرز عمل - چنانکه از این مثال برمیآید برای جمع چندین عدد آنها را بطوری زیر یکدیگر مینویسیم که یکانهای مرتبه های مختلف زیر یکدیگر قرار گیرند - خطی افقی در زیر آنها میکشیم سپس از سمت راست شروع نموده یکانهای مرتبه نخست را با هم جمع میکنیم - اگر این حاصل از ۹ تجاوز ننمود خود آن عدد را در زیر خط افقی مینویسیم و اگر حاصل جمع یکانها از ۹ بیشتر بود یکان حاصل جمع را نوشته و دهگان آنرا با دهگان اعداد جمع کردنی میافزائیم و بهمین طریق عمل را ادامه میدهیم تا همه مرتبه ها جمع شوند .

۴۰ - جمع های طویل - هرگاه عدد زیادی عددها را بخواهیم با هم جمع کنیم برای آسانی و جلوگیری از اشتباه بهتر است آنها را بچند دسته قسمت کرده عمل جمع را در هر دسته جداگانه انجام داده و حاصل جمع های جزو را با یکدیگر جمع مینمائیم - میتوان بطریق دیگر نیز جمع های طویل را انجام داد که ضمن جمع هر ستون وقتی حاصل جمع از ۲۰ یا ۵۰ متجاوز شد نقطه در کنار آن عدد گذارده اضافه حاصل جمع بر ۲۰ یا ۵۰ را با عدد های دیگر جمع نمود و عمل را ادامه میدهیم - پس از اتمام عمل جمع در آن ستون البته باید باندازه شماره نقطه ها ۲۰ یا ۵۰ بمجموعی که بدست آمده افزوده و بعد از نوشتن یکان آن مرتبه بقیه را بستون بعد اضافه کرد .

۲ - تفریق

۳۱ - تعریف - هرگاه تمام یکه های عددی را از عدد بزرگتر

کم کنیم گوئیم عدد نخستین را از عدد دوم تفریق کرده ایم.
 بعبارة دیگر مقصود از تفریق کردن عددی از عدد بزرگتر است
 آوردن عددی است که چون بر عدد کوچکتر اضافه گردد عدد بزرگتر
 حاصل شود. یا اینکه هرگاه حاصل جمع دو عدد و یکی از آنها در دست
 باشد مقصود از تفریق یافتن عدد دیگر است. بطوریکه در جمع گفته شد
 تنها میتوان دو عدد همجنس را که به یک عدد رسان شوند با هم
 کم کرد.

حاصل با نتیجه عمل تفریق را «عدد تفریق شده» میگویند.
 ۳۲ - علامت تفریق - علامت تفریق (-) است و آنرا «منها»
 میخوانیم مانند:

۷ - ۱۹

که خوانده میشود نوزده منهای هفت.

۳۳ - اصل ۱ - اگر عدد بزرگتر را به اندازه عملی اضافه یا
 کم کنیم مانده بهمان اندازه اضافه یا کم میگردد.

مثال $5 = 2 + 3$ (۲ + ۳) $5 = 2 + 3$
 و چنانکه دیده میشود $2 + 3 = 5$ $2 + 3 = 5$ $2 + 3 = 5$
 و یا $3 = 2 + 1$ (۲ + ۱) $3 = 2 + 1$
 و چنانکه دیده میشود $3 = 2 + 1$ $3 = 2 + 1$ $3 = 2 + 1$

۳۴ - اصل ۲ - اگر بر عدد بزرگتر عددی اضافه یا از آن
 کم کنیم مانده تفریق بهمان اندازه کم یا اضافه میگردد.

$$۱۳ - ۶ = ۷ \quad \text{مثال } ۲ \quad ۱۳ (۶ + ۲) = ۷$$

و چنانکه دیده میشود $۱۳ - (۶ + ۲) = ۱۳ - ۸ = ۵ = ۷ - ۲$

$$۱۷ - ۸ = ۹ \quad \text{و یا } ۱۷ (۸ - ۳) = ۹ + ۳$$

و چنانکه دیده میشود $۱۷ - (۸ - ۳) = ۱۷ - ۵ = ۱۲ = ۹ + ۳$

۳۴ - اصل ۳ - اگر در تفریق بر عدد بزرگتر و کوچکتر عدد معینی اضافه یا از آنها عدد معینی را کم کنیم در مانده تغییری روی نمیدهد.

$$۱۵ - ۶ = ۹ \quad \text{مثال } ۹ \quad (۱۵ + ۴) - (۶ + ۴) = ۹$$

و چنانکه دیده میشود $(۱۵ + ۴) - (۶ + ۴) = ۱۹ - ۱۰ = ۹$

$$۱۸ - ۷ = ۱۱ \quad \text{و همچنین } (۱۸ - ۳) - (۷ - ۳) = ۱۱$$

و چنانکه دیده میشود $(۱۸ - ۳) - (۷ - ۳) = ۱۵ - ۴ = ۱۱$

۳۶ - اصل ۵ - برای اینکه حاصل جمع چند عدد را از یک عدد تفریق کنیم کافی است هر یک از آن عدد ها را بترتیب از آن عدد کم کنیم.

$$۲۷ - (۳ + ۲ + ۹) = ۲۷ - ۳ - ۲ - ۹ = ۲۴ - ۲ - ۹ = ۱۳ \quad \text{مثال}$$

$$۲۲ - ۹ = ۱۳$$

و چنانکه دیده میشود $۲۷ - (۳ + ۲ + ۹) = ۲۷ - ۱۴ = ۱۳$

۳۷ - اصل ۵ - برای اینکه مانده دو عدد را بر عدد دیگری فزائیم

کافیست عدد بزرگتر را بر آن عدد افزوده و عدد کوچکتر را از حاصل کم کنیم.

$$۵۲ + (۸ - ۳) = ۵۲ + ۸ - ۳ = ۳۳ - ۳ = ۳۰ \quad \text{مثال}$$

و چنانکه دیده میشود $۵۲ + (۸ - ۳) = ۵۲ + ۵ = ۳۰$

۴۸ - اصل ۶ - برای اینکه مانده دو عدد را از دیگری کم کنیم

کافی است عدد بزرگتر را از عدد مفروض کم کرده عدد کوچکتر را بر مانده بیفزائیم -

$$\text{مثال} - ۱۹ - (۸ \ ۵) = (۱۹ \ ۸) + ۵ = ۱۱ + ۵ = ۱۶$$

و چنانکه دیده میشود $۱۹ \ ۳ = ۱۶$ $(۸ \ ۵) = ۱۹$
برای آنکه دانش آموزان کاملاً معنای تفریق را بفهمند و مثال میزنیم:

مثال ۱ - فاصله دو دهستان ۱۳ کیلومتر و ۸ هکتومتر و ۹ دکامتر و ۷ متر است - اینار آبی فاصله ۵ هکتومتر و ۳ دکامتر و ۶ متر از یکی از این دو دهستان کمتر و ۸ کیلومتر و ۳ دکامتر و ۵ متر از دیگری فاصله این اینار تا دهستان دیگر چقدر است - برای سهولت کار بهتر است عددهائی را که به دست آمده است به هم جمع کنیم پس گوئیم $۵ \ ۳ = ۸$ هکتومتر و ۳ دکامتر و ۵ متر و ۹ دکامتر و ۶ متر $۵ \ ۳ = ۸$ هکتومتر و ۳ دکامتر و ۹ دکامتر و ۶ متر

می بینیم فاصله این اینار تا دهستان دوم برابر ۸ هکتومتر و ۵ دکامتر و ۳ و ۹ دکامتر و ۶ متر خواهد بود -

مثال ۲ - علافی مقدار ۵ تن و ۳۷۳ کیلوگرم جو داشت - از این مقدار اندازه ۳ تن و ۷۶۸ کیلوگرم جو داشت - مابقی را به کلبه چقدر دیگر جو برای ارمه داد است - در این جا نیز مسئله را به این روش حل کنیم -
را از تن و کیلوگرم را از کیلوگرم جدا کرده و با هم جمع کنیم و به دست آوریم که ۱۰۰۰ کیلوگرم است و ۳۷۳ کیلوگرم به دست آوریم پس با چاریم برای اینکه علف تفریق کنیم از دست بدست ۵ تن را بر داشته آوریم که ۱۰۰۰ کیلوگرم است و ۳۷۳ کیلوگرم به دست آوریم پس از ۷۶۸ کیلوگرم بزرگتر گردد -

کیلو گرم	تن	کیلو گرم	تن	
۱۲۷۳	۴	۲۷۳	۵	داشته
۷۶۸	۳	۷۶۸	۳	فروخته
۵۰۵	۱			مانده

چنانکه دیده میشود ماندهٔ این تفریق یعنی مقدار جوی که برای علاف مانده يك تن و پانصد و پنج کیلو گرم است

۴۹ - عمل تفریق - برای تفریق کردن عددی از عدد دیگر دو حالت تشخیص میدهیم:

۴۰ - حالت ۱ - اگر عدد کوچکتر يك پیکری است آن را در صورت امکان از پیکر يکان عدد بزرگتر کم میکنیم حاصل پیکر يکان مانده است - سایر مرتبه‌های عدد بزرگتر بهمان صورت در مانده نوشته می شود -

اگر عدد يك پیکری ما از پیکر يکان عدد بزرگتر بزرگتر باشد يك دهه از عدد بزرگتر را از جنس يکان کرده بر يکان عدد بزرگتر می‌فزاییم تا تفریق ممکن گردد:

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۶ را از عدد ۱۲۵۹ کم کنیم -
طرز عمل چنین است :

$$\begin{array}{r} 1259 \\ - 6 \\ \hline 1253 \text{ مانده} \end{array}$$

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۹ را از عدد ۳۷۲ تفریق کنیم -
طرز عمل چنین است :

دستور	۷	۴۵۳	۲
			۹
دستور	۷	۴۵۳	۲
			۹
دستور	۷	۴۵۳	۳

مانده بر این ۳۶۳ میباشد

۴۱- حالت ۲- هر گاه بخوابد دندان چنانچه پیشتر از آمدن

چند پیکری بزرگتری کم کنیم باید کتابی هر مرتبه عدد را بچندتری
در صورت امکان از میان همان مرتبه عدد بزرگتر را

مثال - میخوام هیچ عدد ۳۱۲ را از ۹۰۶ حذف کنم

چنین است:

311

آنکه یگان بعضی مرتبه در عدد یوچندین یوز کمتر از این یگان مرتبه در عدد بزرگتر باشد بکن و از مرتبه بالاتر عدد بر این یگان از جنس یگان آن مرتبه که چنانکه در پیشین شرح شد می آید.

شمال - میخواسیجی - ۲۹۰۶۱۳

کنیم طرز عمل چنین است:

[illegible]

مانده برابر ۳۳۶۲۵۲ می باشد

۴۴ - قاعده - از آنچه تا بحال گفته شده چنین بر می آید که بطور خلاصه برای تفریق کردن عددی از عدد بزرگتر لازمست عدد کوچکتر را زیر عدد بزرگتر بطوری بنویسیم که یکان مرتبه های مختلف زیر یکدیگر قرار گیرند - سپس خطی افقی زیر آنها کشیده از سمت راست شروع بعمل میکنیم - هرگاه بتوان هر پیکر عدد کوچکتر را از پیکر نظیرش در عدد بزرگتر کم نمود این عمل را انجام داده پیکر هائیرا که بدین طریق بدست می آیند بترتیب در زیر خط افقی مینویسیم مانده بدست می آید ولی اگر پیکری از عدد کوچکتر از پیکر همان مرتبه در عدد بزرگتر بزرگتر بود يك يکه از مرتبه بالاتر عدد بزرگتر را از جنس این مرتبه میکنیم تا تفریق ممکن گردد این عمل را میتوان بطریق دیگر نیز تعبیر نمود:

مثال - میخواهیم عدد ۲۹ را از عدد ۵۳ تفریق کنیم - بنابر اصل ۳ اگر عدد معینی را بر هریك از این دو عدد بیفزائیم در مانده تغییری حاصل نمیشود پس ۱۰ يکه بهر يك از دو عدد اضافه میکنیم یعنی يك دهه بعدد کوچکتر و ده يکه بعدد بزرگتر میفزائیم - در این صورت پیکر یکان عدد بزرگتر ۳ و پیکر دهگان عدد کوچکتر ۳ میگردد و تفریق ممکن میشود - صورت عمل چنین است :

یکان	دهگان
۳	۵
۹	۳
<hr/>	
۱۳	۵
۹	۳
<hr/>	

۴ مانده ۲

چنانکه دیده میشود مانده برابر ۲۴ است

۴۳ - تفریق بصورت جمع - بجای آنکه هر يك از بیکر های

عدد کوچکتر را از بیکر همان مرتبه در عدد بزرگتر جمع کنیم میتوان
عددی را در ذهن پیدا کرد که چون بر بیکر مبروض عدد کوچکتر افزوده شود
بیکر عدد بزرگتر حاصل گردد:

مثال - میخواهیم ۱۹۳ را از ۶۴۷ که کثیر مبروض صورت عمل
چنین است :

$$\begin{array}{r} 647 \\ - 193 \\ \hline 454 \end{array}$$

مانده ۴۵۴

گوئیم ۳ و ۴ میشود ۷ و ۴ را زیر خط افقی مینویسیم -
بعد میگوئیم ۵ و ۹ میشود ۱۴ و ۵ را زیر خط افقی مینویسیم سپس
گوئیم ۱ و ۱ میشود ۲ و چون ۲ و ۲ میشود ۴ عدد ۲ را زیر خط
افقی مینویسیم - مانده میشود ۴۵۴

۴۴ - امتحان عمل تفریق - از قاعده اخیری که برای تفریق گفته

شد و از روی سومین تعریف تفریق میتوان چنین نتیجه گرفت که برای
امتحان عمل تفریق کافی است مانده را با عدد کوچکتر جمع کنیم حاصل
جمع باید برابر عدد بزرگتر گردد - میتوان نیز مانده را با عدد بزرگتر
کم کرد - مانده این تفریق جدید باید برابر عدد کوچکتر گردد

مثال - میخواهیم بدانیم این عمل تفریق درست است یا نه

$$\begin{array}{r} 2026 \\ - 1309 \\ \hline 737 \end{array}$$

مانده ۷۳۷

مانده را با عدد کوچکتر جمع میکنیم میشود:

$$\begin{array}{r} \text{عدد کوچکتر} \\ 1309 + \\ \text{مانده} \\ 737 \\ \hline \text{عدد بزرگتر} \\ 2046 \end{array}$$

یا اینکه مانده را از عدد بزرگتر کم کنیم میشود:

$$\begin{array}{r} \text{عدد بزرگتر} \\ 2046 - \\ \text{مانده} \\ 737 \\ \hline \text{عدد کوچکتر} \\ 1309 \end{array}$$

پس عمل مادرست بوده است.

مسئله های جمع و تفریق

مسئله ۱۳ - (نمونه) - اگر از مجموع دو عدد مانده آنها را کم کنیم

میخواهیم بدانیم مانده چقدر است؟

حل - میدانیم مانده دو عدد برابر زیادهای عدد بزرگتر است بر عدد کوچکتر بنا براین اگر مانده دو عدد را از مجموع آنها کم کنیم مثل این است که زیادهای عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر از حاصل جمع کم کرده باشیم - پس واضح است که مانده اخیر مساوی دو برابر عدد کوچکتر خواهد بود .

مسئله ۱۴ - اگر مانده دو عدد را بر مجموع آنها بیفزاییم حاصل چقدر میشود (دو برابر عدد بزرگتر) .

مسئله ۱۵ - مجموع دو عدد ۵۳ و مانده آنها ۱۷ است آن دو عدد را بیابید

(۱۸ و ۳۵) .

مسئله ۱۶ - مجموع دو عدد جفت بیابایی ۵۴ است آن عدد را بیابید (۲۸ و ۲۶)

مسئله ۱۷ - مجموع دو عدد فرد بیابایی ۲۸ است آن عدد را بیابید (۱۵ و ۱۳)

مسئله ۱۷ - مطلوبست تعیین سه عدد درست برای جمله n امی جمع $2n^2 + 3n - 1$ برابر ۱۶۴۱ باشد (۵۴۶ و ۵۴۷ و ۱۶۴۱)
یادداشت - برای اینکه حل مساله های زیرین ممکن گردد سمده افزون
نظام وظیفه عمومی را ذکر میکنیم:
ماده ۴ - ابتدای خدمت وظیفه اول و دومین ماه سالی است که درستی آن
بیست و یک سال شروع میشود:

ماده ۳ - مدت خدمت سربازی ۲۵ سال و خدمه آتی و از فروردین ماه
سالی است که در طی آن ۴۶ سالگی شروع میگردد:

ماده ۴ - مدت خدمت سربازی مؤخرنموده ۳۳ سالگی از فروردین است:

الف - دوره زیر برجه ۲۰۰۰ - سال

ب - دوره احتیاط ۴ - سال

ج - ذخیره اول ۱۴ - سال

د - ذخیره دوم ۵ - سال

مسئله ۱۸ - (شماره ۱) - میخواهند به یک نفر خدمت سربازی ۱۳۰۵
متولد شده درجه تاریخی مشمول خدمت نظام عمومی میکنند:

حل - این شخصی که در تاریخ ۱۳۰۵ متولد شده درجه ۱۳۰۵ - ۱۳۰۴ - ۱۳۰۳ - ۱۳۰۲ - ۱۳۰۱
دارای بیست تمام خواهد بود و بیست و یک سالگی از فروردین شروع میگردد و سالی که در طی آن ۲۱ سالگی این شخص شروع میگردد ۱۳۲۵ - ۱۳۲۴ - ۱۳۲۳ - ۱۳۲۲ - ۱۳۲۱
شخص نامبرده در اول فروردین ماه سال ۱۳۲۵ مشمول فروردین خواهد بود و آنرا شروع
گشته احتضار میشود

مسئله ۱۹ - سربازی ۴۰ سالگی که برآورد شود به یک نفر متولد
شده اند: فروردین ۱۲۹۶ - اسفند ۱۳۰۲ - فروردین ۱۳۰۴ - اسفند ۱۳۰۷ -
معین نماید شرایط درجه تاریخی را چه خدمت سربازی را چه احتضار
(فروردین ماه سالهای ۱۳۱۹ و ۱۳۲۲ و ۱۳۲۵ و ۱۳۳۷)

مسئله ۲۰ - شخصی در اول فروردین ماه ۱۳۱۹ - بی خدمت سربازی

احضار شده و میدانیم اگر ۷ ماه دیر تر متولد میشد در فروردین ۱۳۱۹ برای خدمت احضار میشد - مظلومیت سال و ماه تولد او (شهریور ماه ۱۲۹۸)

مسئله ۴۱ - شخصی در آخر اسفند ماه ۱۳۱۷ خدمت زیر پرچم خود را پایان رسانده میخواهیم بدانیم برابر او که ۴ سال و ۹ ماه از او کوچکتر است در چه تاریخی برای خدمت زیر پرچم احضار میشود.

مسئله ۴۲ - پدری در آبانماه ۱۲۸۷ متولد شده و در موقع مقرر خدمت زیر پرچم خود را انجام داده و ۱۴ ماه پس از خاتمه آن دارای یک پسر و سه سال ۷ ماه پس از تولد پسر او اش دارای پسر دیگری شده معین کنید :

۱ - پدر در چه تاریخی خدمت زیر پرچم خود را شروع و در چه تاریخی آنرا پایان رسانده -

۲ - موقعیکه پسر بزرگتر بخد مت احضار میشود سن پدر و هریک از دو پسر بسال و ماه چقدر بوده و در این موقع پدر در کدام یک از مراحل خدمت سربازی میباشد
۳ - موقعیکه پسر کوچکتر بخد مت احضار میگردد سن پدر و هریک از دو پسر بسال و ماه چقدر است -

۴ - شش سال پیش از آنکه پسر اول دوره ذخیره خود را پایان رساند سن پدر و هریک از دو پسر بسال و ماه چقدر بوده و پدر و برادرش در چه مرحله‌هایی از خدمت سربازی خود میباشند.

۳ - ضرب

۴۵ - تعریف - مقصود از ضرب دو عدد در یکدیگر آنست که یکی را مضروب و دیگری را مضروب فیه گویند بدست آوردن عددی است بهنام حاصل ضرب که شامل آنقدر دفعه مضروب فیه است که در مضروب یکبار یافت میشود. مضروب و مضروب فیه را دوسازه عمر ضرب نیز خوانند

مثال - بهای يك جلد كتاب ۵ ريال است میخواهيم بدانيم ۴ جلد اين كتاب چقدر ميارزد - واضح است كه قيمت چهار جلد كتاب مساويست با :

ريال

$$۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۲۰$$

يعني ۴ بار ۵ ريال و چنانكه ديده ميشود در ۲۰ ريال آنقدر بار ۵ ريال يافت ميشود كه در عدد ۴ يكبار موجود است يعني ۴ بار پس مي بينيم كه ضرب حداث خاصي است از جمع كه در آن تمام عدد هائيرا كه میخواهيم با يكديگر جمع كنيم برابر ميشوند -

عددي را كه تكرار ميشود مضروب فیه و شماره دفعه اي را كه آن عدد تكرار ميشود مضروب خوانند

۴۶ - علامت ضرب - علامت ضرب (X) است و (ضرب در)

خوانده ميشود.

۴۷ - اصل ۱ - هر شده جاري مضروب در مضروب فیه بر اقليت

دعیم در حاصل ضرب تغییری روی میدهد يعني مثلا $۲ \times ۷ = ۱۴$ و $۷ \times ۲ = ۱۴$

چنانکه دیده میشود جدول زیر بن دارای ۷ ستون و ۴ سطر است
شماره یک هائی که در جدول گذارده شده برابر حاصل ضرب دو عدد

۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

۷ و ۴ میباشد - اگر سطرهای این جدول را در نظر گیریم می بینیم
عدد ۷ چهار بار تکرار شده یعنی $۷ \times ۴ = ۲۸$ و اگر ستونهای آن را
در نظر گیریم می بینیم عدد ۴ هفت بار تکرار گشته یعنی $۴ \times ۷ = ۲۸$
نتیجه - اگر در ضرب چندین عدد جای این عدد ها را تغییر
دهیم در حاصل ضرب تغییری حاصل نمیگردد.

۴۸ - اصل ۴ - هر گاه مضروب یا مضروب فیه را در عددی
ضرب یا بر عددی تقسیم نمائیم حاصل ضرب در آن عدد ضرب یا بر آن
عدد تقسیم میگردد

مثال ۱ - $۷ \times ۶ = ۴۲$ $(۷ \times ۲) \times ۳ = ۴۲ \times ۳ = ۱۲۶$
و چنانکه دیده میشود $(۷ \times ۲) \times ۳ = ۱۴ \times ۳ = ۴۲$
مثال ۲ - $۱۲ \times ۵ = ۶۰$ $(۱۲ : ۳) \times ۵ = ۴ \times ۵ = ۲۰$
و چنانکه دیده میشود $(۱۲ : ۳) \times ۵ = ۴ \times ۵ = ۲۰$

نتیجه - اگر یکی از دو سازه ضرب را چندین بار بزرگتر و
دیگری را همانقدر بار کوچکتر نمائیم در حاصل ضرب تغییری حاصل
نهی گردد.

مثال - $۱۵ \times ۳ = ۱۰۵$ $(۱۵:۳) \times (۳ \times ۳) = ۱۰۵$

و چنانکه دیده میشود $(۱۵:۳) \times (۳ \times ۳) = ۵ \times ۲۱ = ۱۰۵$

۴۹ - اصل ۳ - برای ضرب يك عدد در مجموع چندین عدد مختلف

عدد مفروض را جدا گانه در هر يك از آن عددها ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کنیم:

مثال - $(۷ + ۳ + ۶ + ۵) \times ۹ = ۷ \times ۹ + ۳ \times ۹ + ۶ \times ۹ + ۵ \times ۹$

$۵ \times ۹ = ۶۳ + ۲۷ + ۵۴ + ۴۵ = ۱۸۹$

و چنانکه دیده میشود $(۷ + ۳ + ۶ + ۵) \times ۹ = ۲۱ \times ۹ = ۱۸۹$

نتیجه - برای ضرب يك عدد در مجموع دو یا سه یا ... عدد مختلف

را در مفروق و مفروق منه جدا گانه ضرب نموده حاصل ضربها را از هم کم کنیم:

مثال - $۷۲ = ۲۸$ $۱۰۰ = ۲ \times ۵۰$ $۳۵ \times ۲ = ۷۰$ $(۳۵ - ۲۸) \times ۲ = ۷$

و چنانکه دیده میشود $۳۵ \times ۲ = ۷۰$ $۱۸ \times ۲ = ۳۶$ $(۳۵ - ۱۸) \times ۲ = ۱۴$

حالت مخصوص - اگر مفروق و مفروق منه برابر باشند از عدد

صفر است از این دو عامله میگردد حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر صفر میشود:

مثال $۰ = ۲۴ + ۲۴ = ۶ \times ۴ - ۶ \times ۴ = ۶ \times ۴ - ۶ \times ۴$

و یا $۰ = ۰ \times ۴ - ۰ \times ۴ = (۶ - ۶) \times ۴$

۵۰ - اصل ۳ - برای ضرب حاصل جمع چندین عدد در حاصل

جمع چندین عدد دیگر کافیست هر يك از عدد های مجموع نخست را در هر

يك از عدد های مجموع دوم ضرب کرده حاصل ضربها را با هم جمع کنیم:

مثال -

$$(۲ + ۷ + ۳) \times (۸ + ۵) =$$

$$(۲ + ۷ + ۳) \times ۸ + (۲ + ۷ + ۳) \times ۵ =$$

$$۲ \times ۸ + ۷ \times ۸ + ۳ \times ۸ + ۲ \times ۵ + ۷ \times ۵ + ۳ \times ۵ =$$

$$۱۶ + ۵۶ + ۲۴ + ۱۰ + ۳۵ + ۱۵ = ۱۸۲$$

$$(۲ + ۷ + ۳) \times (۸ + ۵) = ۱۲ \times ۱۳ = ۱۸۲ \text{ و چنانکه دیده میشود}$$

۵۱ - عمل ضرب - برای ضرب دو عدد سه حالت متفاوت دارد

می شود:

۵۲ - حالت ۱ - ضرب عدد يك پیکری در عدد يك پیکری

باید همیشه حاصل ضرب دو عدد يك پیکری را به نظر داشت. در جدول جدول ضرب معروف فیثاغورث که در زیر صورت داده می شود برای آشنایی با نمایش می دهیم نیز می توان حاصل ضرب چندین درستی را به دست آورد

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

۵۳ - حالت ۲ - ضرب عدد يك پیکری در عدد چند پیکری

مثال - میخواهیم عدد ۷ را در ۳۸۵ ضرب کنیم - چنانکه

میدانیم:

یکه دهه صده هزار

$$۳۸۵ = ۵ + ۳۰ + ۸۰ + ۳۰۰ = ۵ + ۳ + ۸ + ۳۰۰$$

چنانکه از اصل ۳ بر میآید کیفیت ۷ را در هر یک از عدد های

۵ هزار و سه صده و ۸ دهه و ۳۰ یکه ضرب نموده حاصل ضربها را

با هم جمع کنیم - صورت عمل چنین است:

$$۳۸۵ \times ۷ = (۵ \times ۷) + (۳۰ \times ۷) + (۸۰ \times ۷) + (۳۰۰ \times ۷)$$

یکه دهه صده هزار

$$۲۸ + ۲۱ + ۵۶ + ۳۰$$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب هر یک از ۳۰۰ یکه و ۵ دهه و

۲۱ صده و ۲۸ هزار است ۳۰ یکه بر اثر ۵ دهه و سه صده حاصل پس

حاصل ضرب دارای ۵ یکه و ۵۹ = ۳ + ۵۶ دهه و ۹ صده و ۵ صده و ۲۸

همچنین ۲۶ = ۵ + ۲۱ صده و چون ۲۶ صده بر ۶ صده و ۲ هزار است

پس حاصل ضرب دارای ۵ یکه و ۹ دهه و ۶ صده و ۳۰ = ۲۸ + ۲ صده و

هزار خواهد بود یعنی:

$$۳۸۵ \times ۷ = ۳۰۶۹۵$$

این عمل را نیز میتوان بدین صورت نوشت:

یکه دهه صده هزار

$$۲۸ + ۲۱ + ۵۶ + ۳۰ =$$

$$۲۸۰۰۰ + ۲۱۰۰ + ۵۶۰ + ۳۰ = ۳۰۶۹۵$$

۵۴ - قاعده - برای ضرب عدد یک بیاری در عدد چند بیاری

عدد يك پیکری را در زیر پیکر یکان عدد چند پیکری می نویسیم و خطی افقی در زیر آنها میکشیم سپس از طرف راست شروع بعمل نموده عدد يك پیکری را در پیکر یکان عدد مفروض ضرب می نمائیم - اگر حاصل ضرب از ۹ تجاوز نمود خود آن را در زیر خط افقی مینویسیم و گرنه یکان را نوشته دهگان آن را در ذهن نگه میداریم - پیکری که بدین ترتیب در زیر خط افقی نوشته شده یکان حاصل ضرب است - بعد عدد يك پیکری مفروض را در پیکر دهگان عدد چند پیکری ضرب کرده حاصل را با دهنده ای که در ذهن نگه داشته ایم جمع میکنیم - چنانکه حاصل از ۹ تجاوز نمود آن را در چپ پیکر یکان حاصل ضرب مینویسیم و گرنه دهگان آن را نوشته صدگان آن را در ذهن نگه میداریم و عمل را بهمین ترتیب ادامه میدهیم تا عدد يك پیکری ما در تمام پیکر های عدد مفروض ضرب گردد

مثال - میخواهیم عدد ۳ را در ۸۷۲۵۲ ضرب کنیم - طرز عمل چنین است :

$$\begin{array}{r}
 \text{مضروب فیه} \quad 87252 \times \\
 \text{مضروب} \quad 3 \\
 \hline
 \text{حاصل ضرب} \quad 261756
 \end{array}$$

۵۵ - حالت ۳ - ضرب عدد چند پیکری در عدد چند پیکری

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۶۵ را در عدد ۳۴۸ ضرب کنیم -

با استفاده از اصل ۳ میتوان ضرب این دو عدد را چنین تعبیر نمود

$$348 \times 65 = 348 \times (60 + 5)$$

حال باید هر يك از دو عدد ۵ و ۶۰ را در عدد ۳۴۸ ضرب

و حاصل ضربها را با یکدیگر جمع نمود.

$$۳۴۸ \times ۶۰ = ۳۴۸ \times ۶ + ۳۴۸ \times ۵۰$$

$$\begin{matrix} ده & یکه \\ ۳۴۸ \times ۶ + ۳۴۸ \times ۵۰ \end{matrix}$$

چنانکه می بینیم این عمل بحالت دوه ضرب راجع میشود یعنی باید ۵ یکه و ۶ دهه را در ۳۴۸ ضرب و حاصل ضربها را جمع کرد صورت عمل چنین است :

$$\begin{matrix} ده & یکه & ده & یکه \\ ۳۴۸ \times ۶ + ۳۴۸ \times ۵۰ = ۲۰۸۸ + ۱۷۴۰ \end{matrix}$$

$$۲۰۸۸ + ۱۷۴۰ = ۳۸۲۸$$

خلاصه عملهای بالا بدین صورت است :

$$\begin{array}{r} ۳۴۸ \\ ۶۰ \\ \hline ۱۷۴۰ \\ ۲۰۸۸۰ \\ \hline ۳۸۲۸۰ \end{array}$$

مثال ۴ - میخواهیم عدد ۲۵۶ را در عدد ۴۸۳ ضرب کنیم -

صورت عمل چنین است :

$$\begin{array}{r} \text{ضرب فی} \quad ۴۸۳ \\ \text{ضرب} \quad ۲۵۶ \\ \hline ۲۸۹۸ \\ ۱۲۱۵۰ \\ ۹۶۶۰۰ \\ \hline ۱۲۳۶۴۸ \end{array}$$

حاصل ضرب

حاصل ضرب هر يك از پیکر های مضروب را در مضروب فیه حاصل ضرب جزئی خوانیم - چنانکه دیده میشود در حاصل ضرب جزئی دوم میتوان از صفر سمت راست و در حاصل ضرب جزئی سوم از دو صفر سمت راست صرف نظر نمود بشرط آنکه در این حاصل ضربها مراعات مرتبه را بنمائیم یعنی چون ۵ دهه در ۴۸۳ ضرب میگردد حاصل ضرب برابر ۲۴۱۵ دهه میباشد یعنی پیکر ۵ از مرتبه دهگان است و باید آن را در زیر دهگان حاصل ضرب جزء نخست که ۹ میباشد نوشت - بهمین ترتیب حاصل ضرب ۲ صده در ۴۸۳ برابر ۹۶۶ صده میباشد یعنی پیکر ۶ از مرتبه صدگان است و باید آن را زیر مرتبه های صدگان حاصل ضربهای جزء نخست و دوم یعنی ۸ و ۱ نوشت .

۵۶ - قاعده - برای ضرب عدد چند پیکری در عدد چند پیکری این دو عدد را زیر یکدیگر نوشته خطی افقی در زیر آنها میکشیم - سپس پیکر یکان مضروب را در مضروب فیه ضرب کرده این حاصل را زیر خط افقی مینویسیم - بعد پیکر دهگان مضروب را در مضروب فیه ضرب کرده با ملاحظه اینکه نخستین پیکر سمت راست این حاصل ضرب از مرتبه دهگان است آن را در زیر حاصل ضرب نخستین مینویسیم و عمل را بهمین ترتیب ادامه میدهیم تا تمام پیکرهای مضروب در مضروب فیه ضرب گردد .

سپس خط افقی دیگری در زیر این حاصلهای جزء کشیده آنها را باهم جمع و حاصل جمع را زیر این خط افقی مینویسیم - این حاصل عبارتست از حاصل ضرب منظور .

اگر يك یا چند پیکر مضروب صفر باشد از آن سفرها صرف

نظر کرده پیکرهای بعدی مضروب را با رعایت مرتبه آنپ در مضروب فیه ضرب مینمائیم .

مثال - میخواهیم عدد ۲۰۶۴ را در ۴۵۷۹ ضرب کنیم -
طرز عمل چنین است :

$$\begin{array}{r}
 4579 \times \\
 2064 \\
 \hline
 18316 \\
 27474 \\
 9108 \\
 \hline
 9451056
 \end{array}$$

تبصره ۱- اگر در سمت راست مضروب یا مضروب فیه بهر دو يك يا چند صفر باشد از آن صفر ها حرف نظر نموده پس از انجام عمل ضرب بشماره صفر های مضروب و مضروب فیه در راست حاصل ضرب صفر قرار میدهیم

دانش آموزان باید با رعایت اصل ۲ این عمل را توجیه نمهند .

تبصره ۲- اگر بخواهیم عددی را در عدد دیگر که بیکر سمت چپ

آن يك و بقیه پیکر های آن صفر باشند ضرب کنیم کیفیت بشماره صفر های آن عدد صفر درست راست عدد مفروض قرار دهیم .

مثال - میخواهیم ۴۵۸ را در ۱۰۰ ضرب کنیم حاصل ضرب

عبارت خواهد بود از ۴۵۸۰۰ دیگر برای آنکه عددی را ۱۰ یا ۱۰۰

یا ۱۰۰۰ یا برابر بزرگ کنیم کیفیت يك یا دو یا سه یا

صفر در سمت راست آن قرار دهیم .

این قاعده را از روی قوانین شمار نیز میتوان استخراج نمود .

مسئله های ضرب

مسئله ۴۳ - (نونه) - پس از ضرب دوعدد در یکدیگر مضروب را در

۲ و مضروب فيه را در ۳ ضرب کرده ایم حاصل ضرب جدید باندازه ۵۶۷۰ بزرگتر

از حاصل ضرب نخستین است - مطلوبست تعیین حاصل ضرب نخستین

حل - چون مضروب را در ۲ و مضروب فيه را در ۳ ضرب کرده ایم

بنا بر اصل ۲ حاصل ضرب یکمرتبه ۲ برابر و سپس ۳ برابر شده - یعنی بالاخره

۶ برابر گشته است - بمباراة دیگر پس از این عمل ۵ برابر حاصل ضرب اصلی بر

آن افزوده گشته - از طرف دیگر میدانیم حاصل ضرب باندازه ۵۶۷۰ زیاد

شده پس این مقدار ۵ برابر حاصل ضرب اصلی میباشد و مقدار حاصل ضرب نخستین

برابر است با $1134 = 5670 : 5$

مسئله ۴۴ - اگر هر يك از دو سازه ضرب را ۴ برابر کنیم معین کنید

چقدر بر حاصل ضرب افزوده میگردد (۱۵ برابر آن)

مسئله ۴۵ - عددی در ۴۲ ضرب شده - میدانیم حاصل ضرب باندازه

۱۱۰۷ از عدد مفروض بزرگتر است - آن عدد کدامست (جواب: ۲۷)

مسئله ۴۶ - (نونه) - مجموع دوعدد ۲۹ و حاصل ضربشان ۱۹۸ است -

اگر از یکی از این دوعدد ۳ یکه کم کنیم حاصل ضرب ۱۶۵ می شود - این دو

عدد را بیابید

حل - اگر از یکی از این دوعدد ۳ یکه کم کنیم حاصل ضرب باندازه ۳

برابر عدد دیگر کم میشود - پس اختلاف بین دو حاصل ضرب یعنی $198 - 165 = 33$

۳ برابر یکی از آن عدد هاست - پس این عدد $11 = 33 : 3$ میباشد و چون مجموع

آنها ۲۹ است عدد دیگر $18 = 29 - 11$ خواهد بود .

مسئله ۴۷ - تفاضل دو عدد ۹ و حاصل ضرب آنها ۳۲۲ است - اگر

۲ یکه بر یکی از این دو عدد بیفزائیم حاصل ضرب ۲۵۰ میگردد - این دو عدد

کدامند (جواب: ۱۴ و ۳۳)

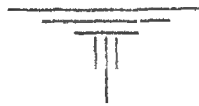
مسئله ۳۸ - حاصل ضرب دو عدد ۲۳۴ است اگر ۲ یکم بر یکی از این دو عدد اضافه کنیم حاصل ضرب ۲۶۰ میگردد - آن دو عدد را بیابید (جواب: ۱۸۷ و ۱۱۴)

مسئله ۳۹ - با انجام یک عمل ضرب، داده این دو حاصل ضرب ۸۳۶ و ۱۱۴ و ۸۳۶×۴۳ را بیابید (جواب: ۸۳۶×۲۶)

مسئله ۴۰ - بجای اینکه ۱۸۷ را در ۲۹۱ ضرب کنیم اشتباه ۱۱۴ را در ۲۹۱ ضرب نموده ایم - میخواهیم مقدار اشتباهی را که در حاصل ضرب روی داده باشیم (جواب: ۲۹۱×۶۳۰)

مسئله ۴۱ - دو عدد ۱۵ و ۷ را در یکدیگر ضرب نموده ایم، میخواهیم یکم از هر یک شکل تعیین کنیم اگر ۳ یکم بر ۷ اضافه (یا از آن کم) و ۲ یکم از ۱۵ اضافه (یا از آن کم) کنیم در حاصل ضرب چه تغییری روی میدهد؟ برای حل این مسئله دانش آموزان باید کاغذ چهارخانه بکار ببرند.

مسئله ۴۲ - عددی ۳ برابر عدد دیگر است - چون هر یک از این دو عدد ۵ یکم اضافه کنیم حاصل ضرب این دو عدد به اندازه ۲۰۵ بیش از حاصل ضرب دو عدد نخستین است - این دو عدد را بیابید (جواب: ۲۷ و ۸۱)



۴ - تقسیم

۵۲ - تعریف - مقصود از تقسیم عددی بنام مقسوم بر عدد دیگر مقسوم به مقسوم علیه یافتن بزرگترین عددی است بنام خارج قسمت که چون آن را در مقسوم علیه ضرب کنیم حاصل ضرب از مقسوم بزرگتر نباشد یعنی کوچکتر یا برابر آن گردد. اگر این حاصل ضرب کوچکتر از مقسوم شد زیادتى مقسوم را بر این حاصل ضرب مانده تقسیم گویند.

میتوان بطریق دیگر نیز تقسیم را تعریف نمود: مقصود از تقسیم مقسوم بر مقسوم علیه یافتن عده دفعه هائی است که مقسوم علیه در مقسوم می گنجد و این عده دفعه ها را خارج قسمت گویند و از اینجا واضح میشود که آنچه از مقسوم پس از این عمل باقی میماند همواره کوچکتر از مقسوم علیه است.

میتوان باز تعریف دیگری برای عمل تقسیم نمود: هرگاه حاصل ضرب دو عدد و یکی از آن دو عدد معلوم باشد مقصود از تقسیم یافتن عدد دیگر است. در این حال همواره مانده برابر صفر است.

مثال - میخواهیم عدد ۵۲ را بر ۸ قسمت کنیم. اگر يك بار ۸ را از ۵۲ کم کنیم ۴۴ باقی میماند. اگر بار دیگر ۸ را از ۴۴ کم کنیم مانده ۳۶ میشود پس از آنکه ۶ بار این کار را تکرار کردیم جزئی از ۵۲ که باقی میماند برابر ۴ یعنی کوچکتر از ۸ است پس دیگر نمیتوان ۸ را از این جزء کم نمود.

در اینجا مقسوم ۵۲ و مقسوم علیه ۸ و خارج قسمت ۶ و مانده

۴ است.

نیز میتوان گفت بزرگترین عددی را که میتوان در ۸ ضرب

نمود تا حاصل ضرب از ۵۲ تجاوز ننماید ۶ است زیرا

$$۵۲ - ۴۸ = ۴ \quad \text{و} \quad ۶ \times ۸ = ۴۸$$

از این مثال دیده میشود که رابطه را که بین مقسوم و مقسوم علیه

و خارج قسمت و مانده موجود است میتوان با این تساوی نمایش داد

مانده + خارج قسمت \times مقسوم علیه = مقسوم

$$۴ + ۶ \times ۸ = ۵۲$$

۵۸ - علامتهای تقسیم - علامت تقسیم یکی (:) است که مقسوم

در چپ آن و مقسوم علیه در راست آن نوشته میشود - شکری خطی

است افقی که مقسوم در بالا و مقسوم علیه در زیر آن نوشته میشود

تبعصره - اگر مانده تقسیم صفر باشد مقسوم برابر حاصل ضرب

مقسوم علیه در خارج قسمت است و گوییم مقسوم بر مقسوم علیه قبل

قسمت است - در این حالت مقسوم را مضربی است از مقسوم علیه نیز

خوانند و باز میتوان گفت مقسوم علیه مقسوم را عدد مضرب است

۵۹ - اصل ۱ - هر گاه بخواهیم مجموع چندین عدد را بشماریم

مضرب عدد مفروضی میباشند بر آن عدد قسمت کنیم کافیست هر یک

از این عدد ها را جدا گانه بر عدد مفروض قسمت کرده خارج قسمت ها را

با هم جمع کنیم

$$\text{مثال: } (۳:۹۳) + (۳:۱۸) + (۳:۲۴) = ۳ + ۲ + ۸ = ۱۳$$

$$۱۳ \times ۳ = ۳۹$$

و چنانچه دیده میشود $۳ \times ۱۳ = ۳۹$

این اصل را میتوان بدین طریق عمومیت داد
 هرگاه بخواهیم مجموع چندین عدد را بر عدد دیگری تقسیم نمائیم
 کافست عدد نخستین را بر عدد مفروض قسمت کرده مانده این تقسیم را
 با عدد دوم جمع و این حاصل جمع را بر عدد مفروض قسمت و بازمانده
 این تقسیم را با عدد سوم جمع کرده این حاصل جمع را بر عدد مفروض
 قسمت کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا عمل تمام شود - خارج
 قسمت عبارت خواهد بود از مجموع خارج قسمتهای جزء و مانده برابر
 آخرین مانده میباشد

مثال - میخواهیم مجموع $۵۳ + ۴۷ + ۱۳ + ۱۸ + ۲۰$ را

بر ۴ قسمت کنیم - طرز عمل چنین است

$$۵۳ = ۴ \times ۱۳ + ۱ \quad ۴۷ + ۱ = ۴۸ = ۴ \times ۱۲ + ۰$$

$$۱۳ + ۰ = ۱۳ = ۴ \times ۳ + ۱ \quad ۱۸ + ۱ = ۱۹ = ۴ \times ۴ + ۳$$

$$۲۰ + ۳ = ۲۳ = ۴ \times ۵ + ۳$$

خارج قسمت عبارتست از مجموع خارج قسمتهای جزء یعنی

$$۳۷ = ۵ + ۴ + ۳ + ۱۲ + ۱۳ \text{ و مانده تقسیم مفروض برابر آخرین}$$

مانده یعنی ۳ میباشد - و چنانکه دیده میشود

$$(۵۳ + ۴۷ + ۱۳ + ۱۸ + ۲۰) : ۴ = ۱۵۱ : ۴ = ۴ \times ۳۷ + ۳$$

۹۰ - اصل ۴ - برای تقسیم مانده دو مضرب يك عدد بر این

عدد کافست هریک از آن دو عدد را بر عدد مفروض قسمت کرده خارج
 قسمتها را از هم کم کنیم

مثال - میخواهیم مانده تفریق $۸۴ - ۵۶$ را بر ۷ قسمت کنیم

چنین داریم

$$(۸۴ - ۵۶) : ۷ = (۸۴ : ۷) - (۵۶ : ۷) = ۱۲ - ۸ = ۴$$

و چنانکه دیده میشود $(۸۲ : ۵۶) : ۷ = ۲۸ : ۷ = ۴$

۶۱ - اصل ۳ - اگر مقسوم و مقسوم علیه را در عددی ضرب و یا بر عددی قسمت کنیم در خارج قسمت تغییری حاصل نمیشود ولی مانده در آن عدد ضرب و یا بر آن تقسیم میگردد

مثال ۱ - در تقسیم ۴۷ بر ۵ چنین داریم $۴۷ = ۵ \times ۹ + ۲$
مقسوم و مقسوم علیه را در ۳ ضرب می کنیم $۴۷ \times ۳ = ۱۴۱ = ۵ \times ۲۸ + ۱$
 $۲ \times ۳ = ۶$

و چنانکه دیده میشود $۴۷ \times ۳ = ۱۴۱ = ۹ \times ۱۵ + ۶$

مثال ۲ - در تقسیم ۵۲ بر ۸
حال مقسوم و مقسوم علیه را بر ۴ قسمت میکنیم $۵۲ : ۴ = ۱۳$ و $۸ : ۴ = ۲$

و چنانکه دیده میشود $۵۲ : ۴ = ۱۳ = ۲ \times ۶ + ۱$

۶۲ - عمل تقسیم - در تقسیم ۳ حالت تشخیص میدهم

۶۳ - حالت ۱ - مقسوم علیه و خارج قسمت هر یک دارای یک

پیکر میباشند - در این صورت واضح است مقسوم بیش از دو پیکر نخواهد داشت زیرا حاصل ضرب دو عدد یک پیکری عددی است بیش از دو پیکری یا دو پیکری - در این حالت برای یافتن خارج قسمت از روی جدول ضرب بزرگترین عددی را می یابیم که چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصل از مقسوم بزرگتر نباشد - زیادهای مقسوم را بر این حاصل ضرب مانده تقسیم گویند

مثال ۲ - میخواهیم ۵۹ را بر ۸ قسمت کنیم - میبینیم که اگر

۷ را در ۸ ضرب کنیم حاصل ۵۶ میگردد و ۷ بزرگترین عددی است که حاصل ضرب آن در ۸ از ۵۹ تجاوز نمینماید زیرا اگر عدد بعد از ۷ را که ۸ است در ۸ ضرب کنیم حاصل ۶۴ است که از ۵۹ بزرگتر

میباشد پس چنین داریم : $59 = 8 \times 7 + 3$ در این رابطه ۵۹ مقسوم و ۸ مقسوم علیه و ۷ خارج قسمت و ۳ مانده تقسیم است .
دانش آموزان باید عادت کنند تقسیم حالت اول را فوراً در ذهن انجام داده خارج قسمت و مانده آن را بیابند

۶۴ - حالت ۲ - خارج قسمت دارای یک پیکر است - در این حالت واضح است که مقسوم از ۱۰ برابر مقسوم علیه کوچکتر است یعنی اگر صفری در راست مقسوم علیه بگذاریم از مقسوم بزرگتر میشود - برای انجام عمل تقسیم از راست مقسوم علیه آنقدر پیکر جدا میکنیم که یکی بیشتر در سمت چپ نماند - بعد بهمین شماره پیکر از راست مقسوم جدا کرده جزئی را که در چپ مقسوم مانده بر پیکری که از چپ مقسوم علیه مانده تقسیم مینمائیم و خارج قسمتی را که بدین ترتیب بدست میآید امتحان میکنیم یعنی آنرا در مقسوم علیه ضرب میکنیم اگر حاصل برابر مقسوم یا از آن کوچکتر بود این عدد خارج قسمت میباشد - ولی اگر حاصل ضرب این عدد در مقسوم علیه از مقسوم بزرگتر شد یک از آن کم نموده و باز امتحان میکنیم - و عمل را آنقدر ادامه میدهیم تا خارج قسمت بدست آید

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۱۲۷۶ را بر ۳۱۵ قسمت کنیم - چون دو پیکر از سمت راست مقسوم علیه جدا کنیم پیکر ۳ در چپ باقی میماند حال اگر ۲ پیکر هم از سمت راست مقسوم جدا کنیم عدد ۱۲ را بر ۳ قسمت میکنیم میشود ۴ و عدد ۴ را امتحان می کنیم میشود $1260 = 4 \times 315$ چون حاصل ضرب از ۱۲۷۶ بیشتر نشده خارج قسمت همان ۴ است و مانده تقسیم $1276 - 1260 = 16$ است - صورت عمل چنین است :

$$۱۲۷۶ \div ۳۱۵ = ۴ + ۱۶$$

مقسوم	۱۲۷۶		۳۱۵	مقسوم علیه	و یا
	۱۲۶۰		۱۶	خارج قسمت	
	۱۶			مانده	

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۱۹۱۲۶ را بر ۲۸۵۱ قسمت کنیم .
 اگر صفری در راست مقسوم علیه گزاریم از مقسوم بزرگتر میگردد پس
 حتماً خارج قسمت دارای يك بیکر میباشد اگر ۳ بیکر از قسمت راست
 مقسوم علیه جدا کنیم بیکر ۲ در چپ باقی میماند و اگر بهمین شماره
 بیکر از راست مقسوم جدا کنیم در چپ ۱۹ باقی میماند و چون ۱۹
 را بر ۲ قسمت کنیم خارج قسمت ۹ میگردد و اگر ۹ را در ۲۸۵۱
 ضرب کنیم میشود $۲۸۵۱ \times ۹ = ۲۵۶۵۹$ این عدد از مقسوم یعنی
 ۱۹۱۲۶ بزرگتر است پس يك بیکه از ۹ که کرده را در ۲۸۵۱
 ضرب میکنیم میشود $۲۸۵۱ \times ۸ = ۲۲۸۰۸$ این بار نیز حاصل ضرب
 از مقسوم بزرگتر شد پس ناچار يك بیکه دیگر از آن که کرده عدد ۷ را
 در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود $۲۸۵۱ \times ۷ = ۱۹۹۵۷$ این بار
 نیز حاصل ضرب از مقسوم بزرگتر شد پس ناچار يك بیکه دیگر از آن که کرده
 عدد ۶ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود $۲۸۵۱ \times ۶ = ۱۷۱۰۶$
 این بار حاصل ضربی که بدست آمده از مقسوم کوچکتر است پس خارج
 قسمت ما ۶ خواهد بود . صورت مثل چنین است :

مقسوم	۱۹۱۲۶		۲۸۵۱	مقسوم علیه
	۱۷۱۰۶		۶	خارج قسمت
	۲۰۲۰			مانده

۶۵ - حالت ۳ - تقسیم دو عدد وقتی که خارج قسمت بیش از

يك پيكر داشته باشد يعنى ده برابر مقسوم عليه كوچكتر از مقسوم باشد
مثال - ميخواهيم عدد ۸۲۷۹۳ را بر عدد ۵۴۸ قسمت
كنيم. اول باندازه پيكرهاي مقسوم عليه از سمت چپ مقسوم پيكر جدا
ميكنيم عدد ۸۲۷ بدست ميآيد - حال با استفاده از اصل ۱ گوييم مقسوم
برابر است با

$$\begin{array}{c} \text{يكه دهه صده} \\ ۸۲۷۹۳ = ۸۲۷ + ۹ + ۳ \end{array}$$

پس براي تقسيم كردن اين عدد بر ۵۴۸ كافيست اول ۸۲۷
صده را بر ۵۴۸ قسمت كنيم اين خارج قسمت نخستين پيكر سمت چپ
يعني پيكر صدگان خارج قسمت ما خواهد بود و مانده را با ۹ دهه جمع
و باز بر ۵۴۸ قسمت ميكنيم - خارج قسمت پيكر دهگان خارج قسمت ما
خواهد بود باز هم مانده اين تقسيم را با ۳ يكه جمع کرده بر ۵۴۸ قسمت
ميكنيم اين خارج قسمت پيكر يکان خارج قسمت و مانده اين تقسيم مانده.
تقسيم اصلي ميباشد - صورت عمل چنين است :

$$\begin{array}{c} \text{صده صده صده} \\ ۸۲۷ = ۵۴۸ \times ۱ + ۲۷۹ \\ \text{دهه دهه دهه دهه دهه} \\ ۲۷۹ + ۹ = ۲۷۹۰ + ۹ = ۲۷۹۹ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{دهه دهه دهه} \\ ۲۷۹۹ = ۵۴۸ \times ۵ + ۵۹ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{يكه يكه يكه يكه دهه} \\ ۵۹ + ۳ = ۵۹۰ + ۳ = ۵۹۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{يكه يكه يكه} \\ ۵۹۳ = ۵۴۸ \times ۱ + ۴۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{يكه يكه يكه دهه صده} \\ ۱ + ۵ + ۱ = ۱۰۱ \end{array} \quad \text{خارج قسمت ما برابر}$$

و مانده تقسيم برابر ۱۰۱ ميباشد. اين عمل تقسيم را بدین طريق نيز

ميتوان نمايش داد

مقسوم علیه	۵۲۸	مقسوم
خارج قسمت	۱۵۱	۸۲۷۹۳
	۲۷۹۹	۵۲۸
	۲۷۲۰	
	۵۹۳	
	۵۴۸	
	۲۵	

۶۶- تبصره ۵- اگر در ابتدای تقسیم موقعیکه باید از روی هر یکی مقسوم علیه از چپ مقسوم پیکر جدا میکنیم عددی که بدست می آید کوچکتر از مقسوم علیه باشد يك پیکر دیگر از سمت چپ مقسوم جدا کرده عمل تقسیم را بر همان ترتیب که گفته شد انجام میدهیم

۶۷- تقسیم باختصار - در عمل تقسیم بجای آنکه پس از ضرب هر يك از پیکر های خارج قسمت در مقسوم علیه حاصل ضرب را زیر جزء نظیر مقسوم نوشته سپس عمل تفریق را انجام دهیم میتوان بدون نوشتن حاصل ضربهای جزء هر پیکر آن را که بدست می آید از پیکر نظیرش در مقسوم تفریق نموده مانده را نوشت - این قسم تقسیم را تقسیم باختصار گویند

مثال - میخواهیم همان تقسیم بالا را باختصار انجام دهیم صورت عمل چنین است :

۸۲۷۹۳	۵۲۸
۲۷۹۹	۱۵۱
۵۹۳	
۲۵	

۶۸- قاعده - برای تقسیم دو عدد وقتی خارج قسمت بیش از يك پیکر دارد مقسوم را نوشته در راست آن خطی قائم

کشیده مقسوم علیه را در راست این خط مقابل مقسوم نوشته خطی افقی در زیر آن میکشیم - سپس از سمت چپ مقسوم آنقدر پیکر جدا میکنیم که از مقسوم علیه بزرگتر و از ده برابر آن کوچکتر باشد این جزء را بر مقسوم علیه قسمت کرده اولین پیکر سمت چپ خارج قسمت را بدست میآوریم و آن را زیر خط افقی مینویسیم بعد این پیکر را در مقسوم علیه ضرب نموده از جزئی از مقسوم که جدا نموده ایم کم میکنیم سپس يك پیکر دیگر از مقسوم را در راست این مانده نقل کرده عددی را که بدین ترتیب بدست میآید باز بر مقسوم علیه قسمت میکنیم پیکر دوم خارج قسمت بدست میآید و آن را در راست پیکر اول مینویسیم - این پیکر را نیز در مقسوم علیه ضرب کرده از مقسوم جزء تفریق میکنیم و عمل را بدین ترتیب ادامه میدهیم تا تمام پیکر های مقسوم بکار روند - آخرین مانده که بدست میآید عبارتست از مانده تقسیم .

ممکن است وقتی يك یا چند پیکر مقسوم را پائین میآوریم تقسیم ممکن نگردد - در این حال بازای هر پیکری که پائین آورده تقسیم ممکن نشده صفری در خارج قسمت قرار میدهیم .

مثال - میخواهیم ۱۰۴۲۷۳۱ را بر ۲۵۶ قسمت کنیم - صورت

عمل چنین است :

$$\begin{array}{r} ۱۰۴۲۷۳۱ \quad | \quad ۲۵۶ \\ \underline{۱۸۷۳} \quad \quad ۴۰۷۳ \\ ۸۱۱ \\ \underline{۴۳} \end{array}$$

۶۹ - امتحان تقسیم - از آنچه گفته شد چنین بر میآید که برای

امتحان تقسیم میتوان یکی از دو عمل را انجام داد: نخست آنکه مانده تقسیم را از مقسوم کاسته و حاصل تفریق را بر خارج قسمت تقسیم میکنیم باید

خارج قسمت این تقسیم جدید برابر مقسوم علیه قدیم و مانده آن صفر باشد دوم اینکه خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل ضرب را با مانده جمع میکنیم حاصل جمع باید برابر مقسوم گردد

مثال - میخواهیم بدانیم آیا تقسیمی که در مثال بالا انجام داده ایم صحیح است یا نه - مقسوم را بر خارج قسمت تقسیم میکنیم چنین میشود:

$$\begin{array}{r} 1042688 \\ 24808 \overline{) 1042688} \\ \underline{24808} \\ 24438 \\ \end{array}$$

چنانکه میبینیم خارج قسمت جدید برابر مقسوم علیه قدیم و مانده جدید صفر است پس تقسیم صحیح بوده و نیز اگر مقسوم علیه را در خارج قسمت ضرب کنیم میشود

$$24808 \times 42 = 1042688$$

اکنون مانده را با حاصل ضرب جمع میکنیم مقسوم بدست میآید

$$1042688 + 24808 = 1067496$$

پس عمل ما صحیح بوده است.

مسئله ها

مسئله ۳۳ - (نوع) - ثابت کنید اگر مقسوم علیه را به مقسوم افزوده و یا از آن کم کنیم بر خارج قسمت تغییری اضافه از آن نمی شود و در نتیجه مانده تغییری روی نمیدهد.

حل - میدانیم اگر اعداد را از مقسوم کم کنیم حاصل برابر حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه میگردد یعنی خارج قسمت نشان میدهد مقسوم علیه چند بار صحیحاً در مقسوم میگردد. حال اگر مقسوم علیه را بر مقسوم بیفزائیم بر عدد دفعاتی

که مقسوم علیه در مقسوم می‌گنجد يك بار اضافه می‌گردد یعنی خارج قسمت يك يکه زیادتر میشود - بهمین ترتیب میتوان دید که اگر مقسوم علیه را از مقسوم کم کنیم و تفاضل را بر مقسوم علیه قسمت کنیم خارج قسمت جدید يك يکه کمتر از خارج قسمت نخستین می‌گردد.

مثلا اگر ۷۳۴۲ را بر ۲۳۶ قسمت کنیم خارج قسمت ۳۱ و مانده ۱۵ است

$$۷۳۴۲ = ۲۳۶ \times ۳۱ + ۱۵$$

حال مقسوم علیه را بر مقسوم افزوده باز عمل تقسیم را انجام می‌دهم چنین خواهیم داشت .

$$۷۳۴۲ + ۲۳۶ = ۷۵۸۸ = ۲۳۶ \times ۳۲ + ۱۵$$

يك يکه بخارج قسمت افزوده شده و مانده تغییری نکرده - حال مقسوم علیه را از مقسوم کم کرده باز عمل تقسیم را انجام می‌دهم چنین خواهیم داشت :

$$۷۳۴۲ - ۲۳۶ = ۷۱۰۶ = ۲۳۶ \times ۳۰ + ۱۴$$

از خارج قسمت يك يکه کم شده و در مانده تغییری روی نداده است .

مسئله ۳۴ - مجموع دو عدد ۶۱۵۶ و خارج قسمت آنها ۱۸ است آن عدد

را بیابید (۳۲۴۰۸۳۲)

مسئله ۳۵ - تفاضل دو عدد ۳۱۹۰ و خارج قسمت آنها ۲۳ است آن دو

عدد را بیابید (۱۴۵۰۳۳۵)

مسئله ۳۶ - مجموع دو عدد ۱۳۸۴ و خارج قسمت آنها ۶ و مانده تقسیم ۱۵۲

است آن دو عدد را بیابید (۱۲۰۸ و ۱۷۶)

مسئله ۳۷ - مانده (تفاضل) دو عدد ۲۰۶۸ و خارج قسمت آنها ۶ و مانده تقسیم برابر

۱۵۸ است آن دو عدد را بیابید (۲۴۵۰ و ۳۸۲)

مسئله ۳۸ - در يك تقسیم بدون مانده مقسوم علیه ۳۱ و خارج قسمت ۵

برابر بزرگترین عددی است که میتواند مانده باشد - مقسوم را پیدا کنید (۴۶۵۰)

مسئله ۳۹ - عددی را بر ۵۲ قسمت کرده‌ایم مانده ۳۷ شده است و چون

همان عدد بر ۵۶ قسمت کنیم مانده تقسیم ۵ می‌گردد - مطلوبیت تعیین خارج

قسمت و مقسوم در صورتیکه میدانیم در این دو تقسیم دو خارج قسمت برابر می‌باشند

(۸۷۴۵۳)

مسئله ۴۰ - در تقسیمی مجموع مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت برابر ۱۸۷۶۰ می باشد و میدانیم فضل مجموع مقسوم و مقسوم علیه بر خارج قسمت برابر ۱۸۶۶۱ است مطلوب است مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت (مقسوم ۱۸۶۳۳ مقسوم علیه ۲۵۶ خارج قسمت ۷۲)

مسئله ۴۱ - (نمونه) - خارج قسمت یک تقسیم برابر ۱۴۰ و مانده ۳۱۷ می باشد اگر ۱۲۶۴ به مقسوم اضافه کرده مجدداً بر همین مقسوم علیه قسمت کنیم تقسیم صحیحاً انجام گرفته و خارج قسمت ۱۴۳ می گردد - مطلوب است همین مقسوم و مقسوم علیه حل - در تقسیم اولی مقسوم ۱۴۰ برابر مقسوم علیه با اضافه ۳۱۷ می باشد حال اگر ۱۲۶۴ بر مقسوم اضافه کنیم خارج قسمت اندازه ۱۴۳ می شود - پس چنین نتیجه می گیریم که عدد $۱۲۶۴ + ۳۱۷ = ۱۵۸۱$ عدد ۳ برابر مقسوم علیه می باشد پس مقسوم علیه برابر $۱۵۸۱ : ۳ = ۵۲۷$ و مقسوم برابر $۵۲۷ \times ۱۴۰ + ۳۱۷ = ۷۴۰۹۷$ خواهد بود .

مسئله ۴۲ - خارج قسمت تقسیم عددی بر عدد دیگر ۲۳ و مانده آن ۴۵ است اگر ۳۵۷ به مقسوم بیفزاییم و بر همین مقسوم علیه قسمت کنیم خارج قسمت جدید ۲۹ و مانده این تقسیم ۱۲ است - مطلوب است مقسوم و مقسوم علیه اصلی (۱۵۴۰ و ۶۵)

مسئله ۴۳ - عددی را بر ۷۴۶ قسمت کرده ایم خارج قسمت برابر ۳۲۷ و مانده ۴۵۹ شده است - حال اگر عدد ۷۳۰۵ را بر مقسوم افزوده بر همین مقسوم علیه تقسیم کنیم همین کنید خارج قسمت و مانده جدید چقدر خواهد بود و در حل این مسئله احتیاجی به حسابیه مقسوم نیست)

مسئله ۴۴ - میخواهیم بدانیم اگر ۱ - هفت برابر مقسوم علیه را بر مقسوم اضافه کنیم ۲ - مقسوم را در ۷ ضرب کنیم در خارج قسمت و مانده چه تغییری روی میدهد .

بخش سوم

چهار عمل اصلی ده دهی (اعشاری)

۷۰ - تعریف - چنانکه در بخش شمار دیدیم همیشه اندازه مقدار عدد درست نیست مثلاً گاهی درازائی را که میخواهیم اندازه بگیریم درست چند برابر یک درازا که متر است نبوده و قطعه از آن درازا باقی میماند که از يك متر کوچکتر است در اینصورت چنانکه گفتیم برای سنجش چنین قطعه یک ای را که اختیار شده باید به چند جزء مساوی قسمت نموده یک تازه بسازیم

همانقسم که پایه شمار ۱۰ میباشد در این جا بهتر و آسانتر است که یک را بده جزء مساوی قسمت نمائیم و هر گاه لازم باشد قطعه های کوچکتر از این اجزاء را نیز اندازه بگیریم باز یکی از اجزای ده گانه را که يك دهم نامیم بده قسمت کرده يك قسمت را یک جدید اختیار مینمائیم و آنرا صدم مینامیم و واضح است هر چند بار بخواهیم میتوانیم این عمل را تکرار کنیم اگر مقداری را که اندازه آن عدد درست نیست بدین وسیله بسنجیم اندازه آن را عدد ده دهی (اعشاری) گویند.

مثال - میخواهیم درازائی را اندازه بگیریم - میبینیم این درازا شامل ۱۲ برابر یک که متر است بوده و جزئی کوچکتر از يك یک (يك متر) باقی میماند حال متر را بده قسمت مساوی نموده نام هر جزء را يك دهم متر (دسیمتر) میگذاریم آنچه از ۱۲ متر باقیمانده

بادسیمتر اندازه میگیریم مثلاً ۷ دسیمتر در آن میگذارد و قطعه که چنانچه از دسیمتر باقی میماند حال دسیمتر را بده قسمت متساوی کرده که هر یک جزء را صدم متر (ساتیمتر) نام میدهند و باقیمانده را با ساتیمتر میسنجیم فرض کنیم ۴ ساتیمتر در آن بگذارد و دیگر چیزی باقی نماند پس درازای مفروض ۱۲ متر و ۷ دسیمتر و ۴ ساتیمتر خواهد بود و آنرا چنین مینویسیم:

ساتیمتر	دسیمتر	متر
۴	۷	۱۲

۷۱ - ممیز - چنانکه دیده میشود این طرف نوشتن آسان نیست حال گوئیم چون یک هر مرتبه ده برابر یک مرتبه سمت راست خود میباشد و متر ده برابر دسیمتر است لازم است ۷ (دسیمتر) در راست بیکر ۳ (متر) نوشته شود و بهمین ترتیب ۴ در راست ۷ قرار میگیرد پس اندازه درازای مفروض را چنین مینویسیم

۱۲۷۴ ولی برای تشخیص قسمت درست که شده باشد اصلی است (متر) از قسمت ده دهی (اجزاء متر) علامتی بدین صورت (و) که ممیز نامیده میشود در طرف راست مرتبه یکان ده یا متر مانده میگذاوریم پس عدد چنین نوشته میشود ۱۲۷۴٫۰۰ متر و نام یکانه درست باید همراه عدد باشد.

۷۲ - خواندن عدد ده دهی - واضح است اولین مرتبه سمت چپ ممیز مرتبه یکان و دومین مرتبه سمت چپ ممیز مرتبه دهکان و ... میباشد بهمین ترتیب اولین مرتبه سمت راست ممیز را که هر یک یکده آن ده دفعه که چنانکه از یک اصلی به عبارت دیگر یک ده آن میباشد مرتبه دوم و مرتبه دهم سمت راست ممیز را مرتبه صده و ... میخوانند پس عدد ۱۲۷۴٫۰۰ متر عبارت خواهد بود از ۱۲ ۷ ۴ را

چنین میخوانیم ۱۲ متر و هفت دهم متر و ۴ صدم متر چون یکدهم برابر ده صدم میباشد ۷ دهم را میتوان ۷۰ صدم گفت پس عدد را چنین میخوانند ۱۲ متر و ۷۴ صدم متر .

پس برای خواندن عدد ده دهی بهترین راه آنست که جزء درست یعنی آنچه را درست راست چپ میز نوشته شده بدواً خواند لفظ عدد درست را بآن افزوده سپس آنچه را در سمت راست میز قرار گرفته مانند عدد درست خوانده نام مرتبه آخرین پیکر سمت راست را در آخر ذکر کرد مثلاً سه عدد ۳۷۲۵ ر و ۲۹۲۰۷ ر و ۱۸۰۶ ر
را میخوانیم سه عدد درست و هفتصد و بیست و پنج هزارم - چهارصد و هفت عدد درست و دو بیست و نود و دو ده هزارم - نوزده عدد درست و هزار و هشتصد و شش ده هزارم .

توضیح ۵ - باید دانست اگر يك یا چند صفر درست راست پیکرهای ده دهی يك عدد ده دهی قرار دهیم در مقدار آن عدد تغییری روی نمیدهد مثلاً $۷۶۰۰ = ۷۶۰ = ۷۶$ چنانکه میدانیم یکده هر مرتبه چه در چپ و چه در راست ممیزده برابر یکده سمت راست خود میباشد پس واضح است که شش دهم و شصت صدم و ششصد هزارم بایکدیگر اختلاف ندارند .

۷۴ - انتقال ممیز - عدد ده دهی ۴۵۳۷۶۸ مفروض است میخوانیم بدانیم اگر ممیز آن را يك پیکر سمت راست یا چپ انتقال دهیم یعنی عدد های ۴۵۳۷۶۸ ر و ۴۵۳۷۶۸ ر و ۴۵۳۷۶۸ ر را بنظر آوریم چه رابطه بین عدد مفروض و این دو عدد موجود است ؟ .

برای نمایش پیکرهای مرتبه های مختلف این سه عدد آنها را بدین

ترتیب در جدولی مینویسیم :

عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱۵۳۰۶۸		۴	۵	۳		۷	۶	۸	
۱۵۳۰۶۸			۴	۵		۳	۷	۶	۸
۱۵۳۰۶۸	۴	۵	۳	۷	۶	۸			

چنانکه دیده میشود
پیکرهای این سه عدد
مشترک میباشند ولی
مرتبتهای این پیکرها
در سه عدد با هم اختلاف

دارند - مثلاً پیکر ۳ در عدد نخستین مرتبه یکان و در عدد دوم مرتبه دهیم
یعنی ده برابر کوچکتر از آن و در عدد سوم مرتبه دهگان یعنی ده برابر
آن را نمایش میدهد پس هر یک از پیکرهای عدد نخستین در عدد دوم
ده دفعه کوچکتر و در عدد سوم ده برابر گشته است از اینجا معلوم میشود
اگر میز را یک پیکر بچپ انتقال دهیم عدد مفروض ۱۰ دفعه کوچکتر
یعنی برده تقسیم میگردد و بهمین ترتیب اگر میز را یک پیکر راست
ببریم عدد مفروض ده برابر یا ضرب در ۱۰ میشود - بهمین ترتیب میتوان
دید اگر میز را دو پیکر بچپ یا راست انتقال دهیم عدد بر صد تقسیم
یا در ۱۰۰ ضرب میگردد - و چون بخواهیم عدد دهی را در ده
یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ ضرب کنیم یا در ۱۰۰۰۰ ضرب کنیم یا در ۱۰۰۰۰۰ ضرب
نمائیم کافیست میز عدد مفروض را یک یا دو یا سه یا ... پیکر سمت
راست یا چپ انتقال دهیم

اگر عدد دهی مفروض در راست یا چپ میز دارای شصت و
پیکرهای کافی نباشد انقدر صفر در راست یا چپ آن میگذاریم تا تمام
ممکن گردد و چنانکه میدانیم گذاردن این صفرها مقدار عدد را تغییر نمیدهد
مثال ۱ - میخواهیم عدد ۱۷ از ۱۲ را در عدد ۱۰۰۰ ضرب
کنیم نخست صفری در راست عدد دهی قرار داده یعنی عدد پیکرهای

ده دهی آنرا سه می‌رسانیم سپس میز را سه پیکر بر است انتقال می‌دهیم
 میشود ۱۲۴۱۷۰ یعنی $۱۲۴۱۷۰ \times ۱۰۰۰ = ۱۲۴۱۷۰ \times ۱۰۰۰ = ۱۲۴۱۷۰ \times ۱۰۰۰$

مثال ۲ - می‌خواهیم عدد ۴۲۵ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم بدو
 صفری در راست آن می‌گذاریم میشود ۴۲۵۰ و حال میز را دویک
 سمت چپ می‌بریم میشود $۴۲۵۰ \div ۲ = ۲۱۲۵$ یعنی $۴۲۵۰ \div ۲ = ۲۱۲۵$

۱ - جمع و تفریق عدد های ده دهی

۷۴ - قاعده - برای جمع کردن چندین عدد ده دهی یا تفریق
 عدد ده دهی از عدد بزرگتر دیگر قاعده آنستکه عددها را زیر هم بقسمی
 می‌نویسیم که میزها در زیر یکدیگر قرار گیرند اگر شماره پیکر های
 آنها برابر نباشد با گذاردن صفر در راست عدد هائی که پیکر های ده دهی
 آنها کمتر است شماره پیکر های دهی همه را برابر می‌نمائیم درین حال
 پیکر های هر یک از مرتبه ها چه در راست چه در سمت چپ میز زیر هم
 واقع می‌گردند سپس مانند جمع یا تفریق عدد های درست عمل جمع یا تفریق
 را انجام می‌دهیم و وقتی بمیز رسیدیم در حاصل جمع یا مانده می‌گذاریم .
 مثال ۱ - می‌خواهیم عددهای ده دهی ۵۴۷۰۳ و ۰۲۸۶۵ و ۲۸۰۴

را با هم جمع کنیم با رعایت قاعده نامبرده صورت عمل چنین است :

$$\begin{array}{r} ۵۴۷۰۳۰ \\ ۰۲۸۶۵ \\ ۲۸۰۴۰۰ \\ \hline ۱۸۳۰۲۹۵ \end{array}$$

مثال ۲ - می‌خواهیم عدد ۴۲۸۳ را از عدد ۲۷۰۲ کم کنیم
 اول صفری در سمت راست مفروق منه می‌گذاریم تا شماره پیکری های
 ده دهی آن برابر مفروق گردد سپس مفروق را زیر مفروق بهمان ترتیب
 نامبرده نوشته و عمل را انجام می‌دهیم صورت عمل چنین است :

$$\begin{array}{r} ۲۷,۰۲۰ - \\ ۴,۲۸۳ \\ \hline ۲۲,۷۳۷ \end{array}$$

۲ - ضرب عددهای ده دهی

چنانکه در اصل ۲ در ضرب عددهای درست گفته شد اگر یکی از دو سازه ضرب را چندین برابر کنیم حاصل ضرب همانقدر دفعه بزرگتر میگردد واضح است اگر پس از این عمل سازه دیگر را نیز چند برابر نموده و مجدداً عمل ضرب را انجام دهیم باز همانقدر دفعه حاصل ضرب جدید بزرگ میشود یعنی اگر یکی از دو سازه را ۱۰۰ برابر و دیگری را ۱۰۰ برابر نمائیم حاصل ضرب بدو آده برابر و باز ۱۰۰ برابر بزرگتر و بنا بر این $۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$ برابر بزرگ خواهد شد.

مثال - میخواهیم عدد ۷۲۷ را در ۱۰۲ ضرب کنیم.

نخست عدد ۷۲۷ را در ۱۰۰ ضرب میکنیم میشود $۷۲۷ \times ۱۰۰ = ۷۲۷۰۰$

بعد ۱۰۲ را نیز در ۱۰ ضرب میکنیم میشود $۱۰۲ \times ۱۰ = ۱۰۲۰$

حال دو عدد ۷۲۷۰۰ و ۱۰۲۰ را در هم ضرب میکنیم حاصل ضرب بنا

بر آنچه گفته شد $۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$ برابر حاصل ضرب دو عدد

۷۲۷ و ۱۰۲ خواهد بود. برای یافتن حاصل ضرب دو عدد دهی

مفروض باید حاصل ضرب دو عدد درستی را که بدست آمده بر ۱۰۰۰

تقسیم نمود و میدانیم در صورت کفایت سه بیکر از سمت راست آن

جدا کرده و میز گذاشت $۷۲۷ \times ۱۰۲ = ۷۴۱۵۴$

و $۷۴۱۵۴ \div ۱۰۰۰ = ۷۴۱.۵۴$ پس $۷۴۱.۵۴ \times ۱۰۰۰ = ۷۴۱۵۴۰$ چرا که سه

میشود شماره بیکره های ده دهی حاصل ضرب اخیر برابر است با مجموع

بیکره های ده دهی دو سازه ضرب

۷۵ - قاعده - برای ضرب دو عدد ده دهی قاعده آنستکه آنها

را زیر هم نوشته بدون ملاحظه تمیزهای مضروب و مضروب فیه عمل ضرب را مانند ضرب عددهای درست انجام میدهیم پس از انجام عمل ضرب از سمت راست حاصل ضرب باندازه مجموع شماره پیکرهای ده دهی مضروب و مضروب فیه پیکر جدا کرده تمیز میگذاریم .

تبصر ۱ - واضح است اگر یکی از دو سازه ضرب عدد درست و دیگری ده دهی باشد از تمیز آن عدد صرف نظر نموده پس از انجام عمل ضرب باندازه پیکرهای ده دهی آن عدد پیکر جدا کرده تمیز میگذاریم .
مثال - میخواهیم عدد ۷۴۳ را در ۲۶ ضرب کنیم صورت عمل چنین است :

$$۷۴۳ \times ۲۶ = ۱۹۳۱۸$$

تبصر ۲ - هرگاه یکی از دو سازه عدد ده دهی کوچکتر ازیکه (یعنی عدد ده دهی که قسمت درست آن صفر است) باشد حاصل ضرب کوچکتر از عدد دیگر میشود - مثلاً حاصل ضرب ۱۲ در عدد ۲۵۰ میشود ۳ زیرا $۱۲ \times ۲۵۰ = ۳۰۰$ چنانکه میدانیم حاصل ضرب ۵ در ۱۲ عددی است که شامل ۵ دفعه ۱۲ باشد یعنی همانطور که از تعریف ضرب بر میآید چون مضروب بزرگتر از یکه است حاصل ضرب بزرگتر از مضروب فیه خواهد بود ولی اینجا میخواهیم عددی را که کوچکتر ازیکه است در دوازده ضرب کنیم پس حاصل ضرب البته از ۱۲ کوچکتر خواهد بود .

۳ - تقسیم عدد های ده دهی

تقسیم عدد های ده دهی سه حالت دارد .

۷۶ - حالت اول - مقسوم عدد دهی و مقسوم علیه عددیست درست

مثال - می خواهیم عدد ۵۱۷۳۱ را بر ۲۶ قسمت کنیم از

میز مقسوم صرف نظر میکنیم یعنی عدد ۵۱۷۳۱ را که ۱۰۰ مرتبه
بزرگتر از مقسوم اصلی است بر ۲۶ تقسیم میکنیم میشود .

$$۱۷ + ۱۹۸۹ \times ۲۶ = ۵۱۷۳۱ \text{ خارج قسمت این تقسیم}$$

۱۹۸۹ و مانده آن ۱۷ است ولی چون مقسوم به تنهایی ۱۰۰ برابر

شده پس خارج قسمت و مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر خارج قسمت

و مانده تقسیم اصلی است و برای بدست آوردن خارج قسمت و مانده

دو عدد مفروض دو عدد ۱۹۸۹ و ۱۷ را بر ۱۰۰ تقسیم میکنیم

و برای اینکار کفایت دویبکر از سمت راست آنها جدا کرده میزنیم

میشود ۱۹۸۹ و ۱۷ پس تقسیم اصلی چنین نمایش داده خواهد شد

$$۵۱۷۳۱ : ۲۶ = ۱۹۸۹ + ۱۷$$

۷۷ - قاعده - برای تقسیم عدد ده دهی بر عدد درست از میز

مقسوم صرف نظر کرده عمل تقسیم را مانند عدد دهی درست انجام میدهیم

و پس از عمل تقسیم از سمت راست خارج قسمت و مانده شماره بیکارهی

ده دهی مقسوم بیکار جدا کرده میزنیم میگردانیم .

۷۸ - حالت دوم - درین حالت مقسوم عدد درست و مقسوم علیه

عددیست ده دهی .

مثال - می خواهیم عدد ۲۵۷۹۶ را بر عدد ۲۱۳۵۶

تقسیم کنیم .

درینحالت مقسوم و مقسوم علیه را ۱۰۰ برابر میکنیم تا مقسوم علیه بصورت عدد درست در آید و بعد عدد ۷۵۷۹۶۰۰ را بر ۲۱۳۵۶ تقسیم میکنیم میشود:

$$۷۵۷۹۶۰۰ = ۲۱۳۵۶ \times ۳۵۴ + ۱۹۵۷۶$$

و مقسوم علیه تقسیم مفروض را صد برابر کرده ایم پس خارج قسمت تقسیم اخیر عیناً برابر خارج قسمت مطلوب ولی مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر مانده تقسیم اصلی است و برای بدست آوردن مانده باید مانده تقسیم جدید را بر ۱۰۰ تقسیم کرد پس تقسیم اصلی چنین نمایش داده میشود

$$۷۵۷۹۶ = ۲۱۳۳۶ \times ۳۵۴ + ۱۹۵۷۶$$

۷۹ - قاعده - برای تقسیم عدد درست بر عدد دهی از میز مقسوم علیه صرف نظر کرده در راست مقسوم بشماره پیکرهای دهی مقسوم علیه صفر میگذاریم سپس عمل تقسیم را مانند تقسیم عددهای درست انجام داده پس از انجام عمل از سمت راست مانده بشماره پیکرهای دهی مقسوم علیه پیکر جدا کرده میز میگذاریم

۸۰ - حالت سوم - درینحالت مقسوم و مقسوم علیه هر دو عددهای

دهی میباشدند

مثال - میخواهیم عدد ۷۱۵۴۳ را بر عدد ۵۶۷ قسمت کنیم - درینحالت مقسوم و مقسوم علیه را ۱۰۰ برابر میکنیم میشود ۷۱۵۴۳ و ۵۶۷ و چون این دو عدد را بر هم تقسیم کنم خواهیم داشت $۷۱۵۴۳ = ۵۶۷ \times ۱۲۶ + ۱۰۱$ ولی چون مقسوم و مقسوم علیه تقسیم اصلی مفروض را ۱۰۰ برابر کرده ایم پس خارج قسمت تقسیم اخیر با خارج تقسیم اصلی برابر است ولی مانده ۱۰۰ برابر آن تقسیم است بنابر این خارج قسمت مطلوب ۱۲۶ و مانده مطلوب هم ۱۰۱ را

میباشد و عمل تقسیم چنین نمایش داده میشود $101 + 126 \times 67 = 8470$

۸۱ - قاعده - برای تقسیم دو عدد ده دهی نخست با گذاردن

صفر شماره پیکرهای ده دهی آنها را برابر میکنیم سپس از میز آنها

صرف نظر نموده عمل تقسیم را مانند عددهای درست انجام میدهیم پس

از خاتمه فقط درمانده تقسیم از سمت راست بشماره پیکرهای ده دهی

مقسوم یا مقسوم علیه که برابری پیکر جدا کرده میز میگذاریم

تصوره - در حالت سوم تقسیم ده دهی هرگاه شماره پیکرهای

ده دهی مقسوم بیش از شماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه باشد بجای

قاعده که در بالا گفته شد میتوان بدین طریق عمل نمود :

مثال - میخواهیم عدد 72369 را بر 28 قسمت کنیم

نخست از میز مقسوم علیه صرف نظر کرده بشماره پیکرهای ده دهی آن

میز مقسوم را سمت راست انتقال میدهیم یعنی مقسوم و مقسوم علیه را

در 100 ضرب میکنیم میشود 723690 و 280 - خارج قسمت

تقسیم این دو عدد برابر خارج قسمت دو عدد مفروض میباشد حال مانند

حالت اول تقسیم ده دهی عمل میکنیم یعنی عدد ده دهی 723690

را بر عدد درست 28 قسمت میکنیم صورت عمل چنین است :

$$723690 = 28 \times 25846 + 37$$

خارج قسمت تقسیم اخیر برابر خارج قسمت تقسیم دو عدد مفروض و مانند

این تقسیم 100 برابر مانده مطلوب است پس عمل تقسیم اصلی چنین

$$72369 = 28 \times 2584 + 37$$

از آنچه در تصویر گفته شد چنین برآید که در تقسیم عدد

ده دهی هرگاه شماره پیکرهای ده دهی مقسوم بیش از شماره پیکرهای

ده دهی مقسوم علیه باشد قاعده آنگاه میز مقسوم را بشماره پیکرهای

ده دهی مقسوم علیه براست منتقل نموده سپس عمل تقسیم را که راجع میشود بحالت اول تقسیم ده دهی انجام میدهیم پس از خاتمه عمل ممیز مانده را آنقدر بسمت چپ میبریم تا شماره پیکره‌های ده دهی مانده برابر شماره پیکره‌های ده دهی مقسوم اصلی گردد.

۸۴ - تقریب - برای آنکه دانش آموزان معنای تقریب را که دارای اهمیت زیادی است بخوبی درک کنند چند مثال ذکر میکنیم:

مثال ۱ - میخواهیم ۵۴۸ ریال را بین ۱۶ تن قسمت کنیم

عمل تقسیم چنین میشود:

$4 + 34 \times 16 = 548$ خارج قسمت این تقسیم ۳۴ و مانده ۴ است یعنی بهر تن ۳۴ ریال میرسد و ۴ ریال باقی میماند پس سهم هر يك تن قدری بیش از ۳۴ ریال است و واضح جزئی که بیش از ۳۴ ریال بهر يك میرسد کمتر از يك ریال میباشد پس گوئیم خارج قسمت این تقسیم بایك ریال تقریب برابر ۳۴ ریال است بعبارت دیگر سهم هر يك بین ۳۴ و $35 = 34 + 1$ میباشد حال باید ۴ ریال مانده را بین ۱۶ تن قسمت کرد - میدانیم هر يك ریال صد دینار است پس ۴ ریال برابر ۴۰۰ دینار بوده و ۴۰۰ دینار را بین ۱۶ تن قسمت میکنیم میشود:

$25 \times 16 = 400$ چنانکه دیده میشود خارج قسمت این تقسیم ۲۵ دینار و مانده صفر است پس اگر ۵۴۸ ریال را بین ۱۶ نفر قسمت کنیم سهم هر يك ۳۴ ریال و ۲۵ دینار خواهد بود و دیگر چیزی باقی نمیماند

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۲۷۲ را بر ۲۹ تقسیم کنیم - صورت عمل چنین است

$8 + 29 \times 16 = 272$ چنانکه دیده میشود خارج قسمت تایك

یکه تقریب برابر ۱۶ و مانده ۸ است و نمیتوان ۸ یکه را بر ۲۹ قسمت کرد اما ۸ یکه برابر ۸۰ دهم است و میتوان ۸۰ دهم

را بر ۲۹ تقسیم نموده میشود $۲۲ + ۲۹ \times ۲ = ۸۰$ خارج قسمت این تقسیم تا یک دهم تقریب برابر ۲ دهم و مانده آن ۲۲ دهم است و نمیتوان ۲۲ دهم را بر ۲۹ تقسیم کرد ولی ۲۲ دهم برابر ۲۲۰ صدم است و چون ۲۲۰ صدم را بر ۲۹ قسمت کنیم میشود

$۱۷ + ۲۹ \times ۷ = ۲۲۰$ خارج قسمت این تقسیم تا یک صدم تقریب برابر ۷ صدم و مانده آن ۱۷ صدم میباشد و چون سه خارج قسمت را با هم جمع کنیم دیده میشود که اگر ۴۷۲ را بر ۲۹ قسمت کنیم خارج قسمت برابر :

$۱۶ر۲۷ = ۰ر۰۷ + ۰ر۲ + ۱۶ = ۱۶ + ۲ + ۷$ و مانده تقسیم ۱۷ صدم یا ۰ر۰۱۷ است پس $۱۶ر۲۷ + ۲۹ \times ۴۷۲ = ۴۷۲$ چنانکه گفتیم خارج قسمت مطلوب بین ۱۶ و ۱۷ است پس اگر بجای خارج قسمت درست که ۱۶ است خارج قسمت ۱۶ر۲۷ را اختیار کنیم بخارج قسمت حقیقی نزدیکتر شده ایم و خارج قسمت حقیقی بین ۱۶ر۲۷ و ۱۶ر۲۸ میباشد و گویند خارج قسمت ۴۷۲ بر ۲۹ تا یک صدم تقریب نقصانی برابر ۱۶ر۲۷ و تا یک صدم تقریب اضافی برابر ۱۶ر۲۸ میباشد زیرا اختلاف هر يك از این دو عدد با خارج قسمت حقیقی کمتر از يك صدم است .

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۵۸ را بر ۲۷۶ تقسیم کنیم . چون ۵۸ از ۲۷۶ کوچکتر است پس خارج قسمت از يك کمتر است و چون

۵۸۰ یکه برابر ۵۸۰ دهم است میتوان این عدد را بر ۲۷۶ قسمت کرد و

خارج قسمت البته از مرتبه دهم خواهد بود $۲۸۰ + ۲ \times ۲۷۶ = ۵۸۰$

خارج قسمت ۲ دهم و مانده ۲۸۰ دهم است که برابر ۲۸۰ صدم میباشد و چون

۲۸۰ صدم را بر ۲۷۶ قسمت کنیم میشود $۴ + ۱ \times ۲۷۶ = ۲۸۰$

خارج قسمت یک صدم و مانده ۴ صدم خواهد بود - البته این عمل را

هر چند بار بخواهیم میتوان تکرار کنیم پس خارج قسمت ۵۸۰ بر

۲۷۶ تا یک صدم تقریب برابر ۰٫۲۱ میباشد و چنین نمایش داده میشود

$$۰٫۲۱ + ۰٫۲۱ \times ۲۷۶ = ۵۸$$

۸۳- قاعده- برای تعیین خارج قسمت عددی درست بر عدد

درست دیگر تا ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ و یا ۱۰۰۰۰ تقریب کافیت

در راست مقسوم ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ یا ۱۰ تقریب کافیت

دهیم چون مقسوم در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ۱۰۰۰۰ ضرب

شده پس خارج و مانده که بدست میاید ۱۰ برابر یا ۱۰۰ برابر یا

۱۰۰۰ برابر یا ۱۰۰۰۰ برابر خارج قسمت و مانده اصلی میباشد

و برای بدست آوردن آنها کافیت از سمت راست خارج قسمت و مانده

که بدست آمده اند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ یا ۱۰ بیکر جدا کرده بیکر بگذاریم

۸۴- تقریب در تقسیم عدد های ده دهی - میدانیم اگر چند

صفر در راست بیکر های ده دهی عدد ده دهی بگذاریم در مقدار آن تغییری

روی نمیدهد پس اگر بخواهیم خارج قسمت را تا یک دهم یا یک صدم یا یک

هزارم یا ۱۰۰۰۰۰ تقریب بدست آوریم کافیت آنقدر صفر در سمت راست

بیکر های ده دهی مقسوم بگذاریم تا زیادتی شماره بیکر های ده دهی

مقسوم بر شماره بیکر های ده دهی مقسوم علیه برابر با یک یا دو یا سه

یا گردد سپس مانند حالات معمولی عمل تقسیم ده دهی را انجام میدهم

مثال - میخواهیم خارج قسمت تقسیم ۴۷۲ را بر ۵۶ تا ۱۰۰۰ تقریب بدست آوریم. بدو اسه ضرر درست راست بیکر دهه مقسوم قرار میدهم تا زیادتی شماره بیکر های ده دهی مقسوم بر شماره بیکر های ده دهی مقسوم علیه برابر ۳ گردد سپس عمل تقسیم را انجام میدهم صورت عمل چنین است .

$$\begin{array}{r}
 ۴۷۲ : ۵۶ \\
 ۴۷۲۰۰۰ : ۵۶ \\
 ۴۷۲۰۰۰ : ۵۶ \\
 ۴۷۲۰۰۰ \overline{) ۵۶} \\
 \underline{۸۴۲۸} \\
 ۲۵۰ \\
 ۱۶۰ \\
 ۲۸۰ \\
 ۰۰۰۳۲
 \end{array}$$

خارج قسمت برابر ۸۴۲۸ و مانده

۰۰۰۳۲ میباشد

مسئله های چهار عمل اصلی

عدد های درست و عدد های ده دهی

مسئله ۴۵ - پنج سال پیش از این سن پدری ۳ برابر سن پسرش بود و ۶ سال دیگر سن پدر دو برابر سن پسر خواهد بود - مطلوبست سن فعلی هریک (پدر ۳۸ سال پسر ۱۶ سال)

مسئله ۴۶ - میوه فروشی ۲ نوع هندوانه دارد میخواید هندوانه های نوع اول را دانه ۱۷۵ ریال و هندوانه های نوع دوم را دانه ۱۲۵ ریال بفروشد اما تمام هندوانه ها را دانه ۱۵۰ ریال فروخت و ۳ ریال بیش از آنچه تصور میکرد سود برد تعیین کنید شماره هندوانه های هر نوع را (نوع اول ۱۲۴ نوع دوم ۸۶)

مسئله ۴۷ - رزازی ۲۵ بار برنج را که هریک ۱۱۸ کیلوگرم برنج داشت جمعاً به بهای ۶۰۲۵ ریال خرید و برای هزینه های مختلف ۸۴ ریال داد پس از بوجاری از هرباری دو کیلوگرم کم شد - میخوایم بدانیم اگر هر کیلوگرم برنج را به ۲۰ ریال بفروشد چقدر سود خواهد برد (۱۱۴۱ ریال)

مسئله ۴۸ - بقالی مقداری تخم مرغ دارد میخواید هر تخم مرغ را ۱۰۰ ریال بفروشد ولی چون ۴۷ تخم مرغ شکست مجبور شد هر ۵ تخم مرغ را به ۸۰۰ ریال بفروشد تا همان اندازه سود ببرد معین کنید چند تخم مرغ داشته (۷۵۲ تخم مرغ)

مسئله ۴۹ - بقالی ۷ ظرف عسل خرید هر کیلوگرمی به ۸ ریال - پس از آب کردن عسل هر ظرفی ۳ کیلوگرم موم داشت و عسل آب کرده را هر کیلوگرمی به ۱۰۶۵ ریال فروخت و ۱۴۷۳۵ ریال سود برد - تعیین کنید در هر ظرف چند کیلوگرم عسل بوده (۲۰ کیلوگرم)

مسئله ۵۰ - شخصی ۲۱۲۰ ریال پول دارد و یک نفر دیگر ۱۷۲۸۸ ریال هر کدام از این دو نفر سالانه ۶۸۳ ریال میتوانند ذخیره کنند تعیین کنید پس از چند سال پول شخص دوم ۳ برابر پول شخص اول میشود (پس از ۸ سال)

مسئله ۵۱ - شخصی ۳ پسر دارد مجموع سن اولی و دومی ۳۳ سال و مجموع

سن دومی و سومی ۲۲ سال و مجموع سن اولی و سومی ۲۵ سال است ... همین شید
سن هر يك از سه پسر را (اولی ۱۸ سال دومی ۱۵ سال سومی ۷ سال)

مسئله ۵۲ - هفت نفر مسافر با راه آهن از تهران به بندر شاهپور میروند
در موقع رفتن ۴ نفر در درجه دوم و ۳ نفر در درجه سوم قرار داشتند - در برگشتن
۶ نفر در درجه دوم و يك نفر در درجه سوم بود - در موقع رفتن جمعاً مبلغ ۸۵۰ ریال ۱۳۷۰ ریال
در موقع برگشتن جمعاً ۱۵۴۵ ریال ۱۰۴۵ ریال کرایه داده اند - بهمانجه تفاوت بهای
يك بلیت درجه دوم و يك بلیت درجه سوم در يك کيلو متر از راه - ریال است - معلوم است
اولاً فاصله تهران تا بندر شاهپور و ثانیاً قیمت کرایه برای يك کيلو متر در درجه دوم
و درجه سوم (فاصله ۹۳۳ کيلومتر دوم ۲۵۰ ریال سوم ۱۵۰ ریال)

مسئله ۵۳ - موه فروشی يك صندوق پر تفال بهی هردانه آن ۳۰۰
ریال بود خرید - يك چهارم را دانه ۶۰۰ ریال يك چهارم را دانه ۵۰۰ ریال و يك چهارم
دیگر را دانه ۴۰۰ ریال و بالاخره يك چهارم دیگر را دانه ۲۵۰ ریال فروخت و در این
داد و ستد ۱۷۵ ریال سود برد - معلوم است شماره پر تفالهای صندوق (۲۰۰ پر تفال)

مسئله ۵۴ - در كنه جمعاً ۱۹۰ گوسفند و بره موجود است - قیمت این
كنه ۱۱۳۵۰ ریال و بهای يك گوسفند و يك بره جمعاً ۱۰۵ ریال است - علاوه
بهای ۱۶ بره برابر قیمت ۵ گوسفند است - تعیین کنید شماره گوسفند ها و بره های
این كنه و قیمت يك گوسفند و يك بره را (۱۲۰ گوسفند و ۷۰ بره - بهای گوسفند
۸۰ ریال قیمت بره ۲۵ ریال)

مسئله ۵۵ - یارچه فروشی ۲ نوع یارچه خرید برای اولی ۳۲۵ ریال
و برای دومی ۳۱۲۰ ریال بول دانه - قیمت يك متر یارچه دوم ۲۰۰۵ ریال بیش از
يك متر از یارچه اول است و يك متر از یارچه اول و يك متر از یارچه دوم جمعاً ۱۴۵۵
ریال ارزش دارند - معلوم است در ازای هر يك از دو یارچه و قیمت يك متر هر کدام
(اولی ۵۲ متر هر متری ۶۲۵ ریال دومی ۶۴ متر هر متری ۸۳۰ ریال)

مسئله ۵۶ - برای ۳ توب یارچه خرید اولی متری ۸ ریال دومی متری
۶ ریال سومی متری ۷ ریال و همه را با ۱۵ درصد سود به ۶۵۳۲۰ ریال فروخت

در صورتیکه قیمت خرید توپ اول برابر مجموع قیمت خرید دو توپ دیگر بوده است
مضموبست درازای هر يك از سه توپ پارچه و سود بزاز

(اولی ۲۳ متر دومی ۱۲ متر سومی ۱۶ متر سود بزاز ۸۵۲۰ ریال)

مسئله ۵۷ - سه دسته دانش آموز در مسابقه دو ویرش و شنا شرکت کردند
و قرار گذاردند در هر يك از سه مسابقه دسته آخری موجودی صندوق دو دسته دیگر را
۳ برابر کند - در مسابقه دو دسته اول در مسابقه برش دسته دوم و در مسابقه شنا
دسته سوم باختند در آخر کار موجودی هر يك از سه صندوق ۳۲۰ ریال بود معین
کنید پیش از مسابقه ها در هر صندوقی چه مقدار پول بوده.

(دسته اول ۱۶۰ ریال دسته دوم ۲۸۰ ریال دسته سوم ۵۲۰ ریال)

مسئله ۵۸ - عطاری از بازرگانی مقداری قند و چای و قهوه خرید - بهای
يك كيلو گرم قند ۴ ریال و بهای يك كيلو گرم چای ۳۶ ریال و بهای يك كيلو گرم
قهوه ۲۸ ریال بود - وزن قند ۱۰ برابر وزن چای و وزن چای ۵ برابر وزن
قهوه است پس از تخفیف تجارتي ۵ درصد ۱۱۶۲۸۰ ریال بهای آنها را پرداخته
معین کنید مقدار هر يك از این سه جنس و مبلغی را که به عطار تخفیف داده شد

(۱۵۰ كيلو گرم قند و ۱۵ كيلو گرم چای و ۳ كيلو گرم قهوه تخفیف ۶۱۲۰ ریال)

مسئله ۵۹ - ملاکی باغی را به ۴۰۵۰۰ ریال و قطعه زمین زراعتی را که مساحت
آن ۳ برابر مساحت باغ بود به ۳۷۶۴۰ ریال خرید میدانیم بهای يك متر مربع باغ
۳۰ ریال بیش از قیمت يك متر مربع زمین است - مطلوبست تعیین مساحت باغ
و زمین و بهای يك متر مربع هر کدام

(باغ ۵۴۰۰ متر مربع هر متر مربعی ۷۰ ریال زمین ۱۷۲۰۰ متر مربع هر
متر مربعی ۲۲۰ ریال)

مسئله ۶۰ - کارگری در سال غیر کیسه ۳۰۰ روز کار کرده نصف این
روزها را روزی ۱۸ ریال و بقیه را روزی ۱۵ ریال گرفته - روزهای کار هزینه
او ۹ ریال میباشد پس از یکسال ۱۵۳۵ ریال اندوخته کرده معین کنید هزینه او را
در روزهای تعطیل (۱۱ ریال)

مسئله ۶۱ - برای پوشش هر يك از ۱۸ تخت خواب بیمارستانی ۵ متر پارچه لازمست در موقع تهیه پوشش ۳ تخت خواب اضافه شد و مجبور شدند پرتیجه پنهان پنهان که متری يك ریال ارزاتر بود انتخاب کنند. معین کتید قیمت يك متر از پارچه نوع اول و دوم را (نوع اول متری ۵۰ ریال - نوع دوم متری ۵۰ ریال)

مسئله ۶۲ - پدری در موقع تولد پسرش ۳۳ سال داشت وقتی سن پسر برابر سن فعلی پدر شود مجموع سن های آنها ۱۱۱ سال خواهد بود. مضروبست سن کنونی هر يك (پدر ۴۵ پسر ۱۲ سال)

مسئله ۶۳ - ماهوت فروشی چند توب ماهوت دارد اگر آن را هر متری ۸۵ ریال بفروشد ۱۶۲۰ ریال سود خواهد برد ولی چون ماهوت بیست خورده گی پیدا کرد مجبور شد آن را هر متری ۷۱ ریال بفروشد و ۲۷۰ ریال زیان برد. معین کنید درازای پارچه و بهای خرید يك متر را (در درازای پرتیجه ۱۳۵ متر - بهای خرید يك متر ۷۳ ریال)

مسئله ۶۴ - میوه فروشی ۴۰ صندوق پرتقال در هر بسته ۱۶۷ پرتقال بود خرید ۳۸ دانه از پرتقالها فاسد شده بود و برای اینکه ۶۵۱ ریال بقیه نماند هر ۱۰۰ پرتقال مانده را ۱۰۰ ریال بیش از آنچه خریده بود فروختند. معین کنید قیمت خرید پرتقالها را (بهای خرید پرتقالها ۲۳۲۸ ریال)

مسئله ۶۵ - دهقانی چند گوسفند دارد و میخواهد آنها را فروخته ماشین برای آبیاری مزرعه خود بخرد. اگر هر گوسفند را ۷۸ ریال بفروشد میتواند ماشین را خریده و ۶۸ ریال نیز برایش باقی ماند. ولی اگر هر گوسفند را ۷۶ ریال بفروشد برای خرید ماشین ۴۴ ریال کم دارد. مضروبست بهای ماشین و شماره گوسفندان (۴۳۰۰ ریال و ۵۶ گوسفند)

مسئله ۶۶ - شخصی چاق اسب خرید اگر هر اسب را ۴۷۳ ریال بفروشد ۳۲۴ ریال ضرر می نماید ولی اگر هر اسب را ۱۵۶۱ ریال بفروشد ۲۰۰ ریال سود خواهد برد. تعیین کنید بهای خرید يك اسب و شماره اسبها را (۱۴۸۵ ریال ۲۷ اسب)

مسئله ۶۷ - رزازی مقداری برنج دارد - اگر هر کیلوگرم آن را به ۲۸ ریال بفروشد میتواند يك خانه بخرد و ۱۴۶۵۰ ریال برایش باقی میماند - ولی اگر هر کیلوگرم را به ۲۵ ریال بفروشد باید ۵۰۰۰ ریال وام گیرد تا بتواند خانه را بخرد - مطلوبست وزن برنج و مساحت خانه در صورتیکه میدانیم هر متر مربع خانه ۲۲۵ ریال ارزش دارد (۶۵۰۰۰ کیلوگرم و ۷۵۰ متر مربع)

مسئله ۶۸ - سه کارگر در کارخانه کار میکنند اولی و دومی پس از ۱۲ روز ۲۲۸ ریال دومی و سومی پس از ۱۴ روز کار کردن ۲۱۰ ریال و بالاخره اولی و سومی پس از ۱۷ روز کار ۲۷۲ ریال مزد گرفتند - مطلوبست مزد روزانه هریک از سه کارگر)

(اولی ۱۰ ریال دومی ۹ ریال سومی ۶ ریال)

مسئله ۶۹ - در موقع درو دو کارگر در مزرعه با مزد روزانه مساوی اجیر گردیدند - پس از ۲۰ روز کار باولی ۶۰ ریال و صد من گندم دادند - پس از ۲۵ روز کار بدومی ۳۰ ریال و ۱۵۰ گندم دادند - مطلوبست مزد روزانه کارگرها بریال و بهای يك من گندم (مزد روزانه ۱۲ ریال بهای يك من گندم ۱۸)

مسئله ۷۰ - خیابانی از شهر که ۱۲۰۰۰ متر مربع سواره رو و ۵۴۰۰ متر مربع پیاده رو دارد آسفالت شده و قیمت آن جمعاً ۶۵۵۲۰۰ ریال میباشد - میخواهیم خیابان دیگری از شهر را که ۸۰۰۰ متر مربع سواره رو و ۳۶۰۰ متر مربع پیاده رو دارد بهمان ترتیب آسفالت کنیم - میدانیم قیمت آسفالت ۳ متر مربع پیاده رو برابر بهای ۲ متر مربع سواره رو باشد - مطلوبست اولاً تعیین بهای آسفالت يك متر مربع سواره رو و يك متر مربع پیاده رو و ثانیاً هزینه ساختمان خیابان دوم (يك متر مربع سواره رو ۴۲ ریال يك متر مربع پیاده رو ۳۸ ریال هزینه خیابان دوم ۴۳۶۸۰۰ ریال)

مسئله ۷۱ - اندوخته شخصی دو برابر اندوخته شخص دیگر است - اولی ۷۵ در صد اندوخته خود و دومی ۸۰ در صد اندوخته خود را خرج مینمایند - پس از آن برای اولی ۷۲۰۰ ریال بیش از دومی باقی مانده معین کنید اندوخته اولی هریک را

(اولی ۴۸۰۰۰ ریال دومی ۲۴۰۰۰ ریال)

مسئله ۷۲ - کشاورزی ۳ گاو به مبلغ ۱۶۸۰ ریال خرید - بهای گاو سوم ۳۰۰ ریال از مجموع بهای گاو اول و دوم کمتر است و بهای گاو دوم ۱۳۰ ریال بیش از قیمت گاو اول است تعیین کنید بهای هر گاو را (اولی ۴۳۰ ریال - دومی ۵۶۰ ریال - سومی ۶۹۰ ریال)

مسئله ۷۳ - در ساختمان قطعه از راه آهن سه دسته کارگر کار میکنند در دسته اول ۸ کارگر بیش از دسته دوم و ۱۲ کارگر بیش از دسته سوم میباشد مزد روزانه يك کارگر دسته اول ۷ ریال و يك کارگر دسته دوم ۷ ریال و يك کارگر دسته سوم ۶ ریال میباشد - مزد روزانه سه دسته جمعاً ۶۹۲ ریال است مطلوبست شماره کارگرهای هر دسته (اول ۴۰ کارگر - دوم ۳۲ کارگر - سوم ۲۸ کارگر)

مسئله ۷۴ - دلای ۴۵ گوسفند و ۱۷ گاو را به ۱۰۷۴۰۰ ریال خرید سودی که از فروش يك گاو باو میرسد برابر سودی که از فروش يك گوسفند باو میرسد - گوسفند ۱۵ را جمعاً به ۴۰۹۵ ریال و گاو ۸ را جمعاً به ۸۰۷۵ ریال فروخت - مطلوبست قیمت يك گاو و يك گوسفند (۱ يك گاو ۴۲۰ ریال - يك گوسفند ۸۰ ریال)

مسئله ۷۵ - مقاضیه کاری ۲۱ هزار آجر تراش و آجر ابلق را جمعاً به ۳۶۳۰ ریال خرید - بدانیم شماره آجرهای ابلق ۶ برابر شماره آجرهای تراش بوده و علاوه بهای ۲۵ آجر ابلق مساوی قیمت ۸۶ آجر تراش میباشد - مطلوبست شماره آجرهای تراش و ابلق و بهای هزار آجر از هر نوع (تراش ۲۵۰ ریال ابلق ۱۶۰ ریال ۳ هزار آجر تراش ۱۸ هزار آجر ابلق)

مسئله ۷۶ - در کارخانه ۳۷ زن و ۵۲ مرد کار میکنند و مزد روزانه يك زن برابر ۷۵ صدق مزد روزانه يك مرد میباشد این کارگرها هر روز ۶ روز کار میکنند و جمعاً ۳۸۲۸ ریال مزد میگیرند - مطلوبست مزد روزانه يك زن و مزد روزانه يك مرد را (مزد مرد روزی ۸ ریال - مزد زن روزی ۶ ریال)

مسئله ۷۷ - نقیصه اجاره خانه روزی ۵۰ ریال حقوق يك و روزی

۱۵ ریال هزینه سفر دریافت میکنند و بعلاوه يك درصد از مقدار داد و ستدی كه میکنند حق العمل میگيرد. پس از انجام مسافرتی كه در طی آن هزینه روزانه او ۳۸ ریال بوده و ۴۲۷۰۰ ریال هم جنس فروخته مبلغ ۱۱۵۶ ریال ذخیره کرده است معین كنید مسافرتش چند روز طول كشيده (۲۷ روز)

مسئله ۷۸ - باغبانی میخواهد در كنار جوی آبی درخت تبریزی بكارد اگر فاصله درختها را برابر ۱۲۰ سانتی متر اختيار كند ۶۰ سانتی متر از آخر باقی میماند و اگر فاصله درختها را ۱۳۰ سانتی متر اختيار نماید ۱۲ درخت كتر خواهد كاشت و يك متر در آخر باقی میماند. مطلوبست درازای جوی آب و شماره درختها در دفته دوم (طول جوی ۱۸۳ متر درختهای بار دوم ۱۴۱)

مسئله ۷۹ - كوزه فروشی چند كوزه را هر يك به ۱۰۳۵ ریال خرید در راه چهار كوزه شكست اگر هر يك از كوزه هائی را كه مانده به ۱۰۸۵ ریال بفروشد ۱۱۶۰ ریال سود خواهد نمود. مطلوبست شماره كوزه هائی كه خریده (۳۸ كوزه)

مسئله ۸۰ - رزازی مقداری روغن دارد و میخواهد آنرا از قرار هر كيلو گرم ۱۱۰۴۵ ریال بفروشد. ولی پس از آنكه روغنها را آب كرد ۱۶ كيلو گرم آفت حاصل شد و برای اینکه بهمان مقدار سابق سود ببرد هر كيلو گرم را به ۱۲۰۸۰ ریال فروخت. تعیین كنید چند كيلو گرم روغن داشته (۱۵۴ كيلو گرم)

مسئله ۸۱ - در یکی از دهستانها مالکی میخواهد يك دبستان بهزینه خود بسازد و برای این ساختمان باید ۲۸۰۰۰ ریال خرج كند. اگر مجموعاً ۱۷۰ گاو و گوسفند بفروشد ۱۱۴ ریال كم خواهد داشت و اگر ۵ گوسفند دیگر بهمان قیمت بفروشد ۲۶۱ ریال برایش باقی میماند و اگر ۲ گاو دیگر هم بهمان بها بفروشد ۷۴۰ ریال برایش باقی میماند. مطلوبست قیمت يك گاو و يك گوسفند و شماره گاوها و گوسفند هائی كه اخیراً فروخته (يك گاو ۴۲۷ ریال. يك گوسفند ۷۵ ریال ۴۵ گاو ۱۳۲ گوسفند)

مسئله ۸۲ - بزازی مقداری ماهوت خریده و میخواهد هر متر آن را ۷۰ ریال بفروشد و ۵۲۵ ریال سود ببرد. ولی نتوانست ماهوت را بیش از متری

۶۱ ریال بفروشد و ۱۵۰ ریال زیان نمود. مطلوبست در ازای یارچه وقت خرید
یکتر (۷۵ متر و ۶۳ ریال)

مسئله ۸۳ - شیر فروشی از دهقانی ۵۰ لیتر شیر خرید و وزن آن ۵۱۰۳۲۰
کیلوگرم بود. میدانیم هر لیتر شیر خالص $\frac{1}{10} \times 30$ کیلوگرم وزن دارد. معین کنید
در این شیر چند لیتر آب بوده (۶ لیتر)

مسئله ۸۴ - سساری یک قالی و یک جفت قالیچه به ۴۷۶۶ ریال فروخت
و جمعاً ۴۶۶ ریال سود برد. میدانیم در فروش قالی ۱۰ درصد و در فروش قالیچه ها
۱۲ درصد سود برده. مطلوبست بهای خرید قالی و قالیچه ها (قالی ۲۵۰۰ ریال
قالیچه ها ۱۸۰۰ ریال)

مسئله ۸۵ - برازی یک توپ نخل را مدتی ۴۵ ریال خرید و با سه آردن
مجبور شد یک چهارم آنرا متری ۲۵ ریال و بقیه را متری ۴۰ ریال بفروشد در این
دادوستد ۳۱۵ ریال زیان برد مطلوبست درازی یارچه (۳۶۱ متر)

مسئله ۸۶ - بهای گندم در یک شهر هر تن ۵۴۰ ریال و در شهر دیگر
که فاصله اش تا شهر اولی ۳۲۶ کیلو متر است تنی ۶۰۰ ریال است. دهقانی بین
این دو شهر قسمی واقع است که گندم این دو شهر یک قیمت در آن وارد میشود
معین کنید فاصله این دهستان را از آن دو شهر در صورتیکه میدانیم برای باربری هر تن
در یک کیلو متر یک ریال است

(از شهری که در آن گندم گرانتر است ۱۳۳ کیلومتر از دیگری ۱۹۳ کیلومتر)

مسئله ۸۷ - نوشت افزار فروشی ۱۲۶ جعبه سر قلم و ۵۳ دسته جوب قلم را
جمعاً به ۸۰ و ۶۲۵ ریال خریده. بهای خرید سر قلم را با اندازه ۳۵۱۲ ریال بیش از بهای خرید
جوب قلمها بوده معین کنید قیمت خرید یک دسته جوب قلم و یک جعبه سر قلم را
(دسته جوب قلم ۳۰۲ ریال - جعبه سر قلم ۳۰۹ ریال)

مسئله ۸۸ - برنده فیوشی ۵۰ بوقلمون و ۹۰ مرغ را یک قیمت فروخت
میدانیم بهای یک بوقلمون ۱۰ ریال بیش از قیمت یک مرغ است. معین کنید بهای
یک بوقلمون و یک مرغ را (بوقلمون ۱۸ ریال - مرغ ۸ ریال)

مسئله ۸۹ - دقتانی يك اسب و يك گاو و يك الاغ و سه گوسفند را به ۱۹۰۰ ريال خريد - قيمت اسب از دو برابر قيمت گاو ۱۰۰ ريال کمتر و قيمت گاو برابر مجموع بهای الاغ و گوسفند هاست - بهای هر گوسفند هم ۸۰ ريال است - مطلوبست بهای اسب و گاو و الاغ
(اسب ۹۴۰ ريال گاو ۵۲۰ ريال الاغ ۲۸۰ ريال)

مسئله ۹۰ - بانویی ۵ متر ماهوت و ۹ متر نخمل و ۲۰ متر ديت را جمعاً به ۱۱۴۸ ريال خريد ميدانيم بهای يکتر ماهوت ۳ برابر بهای يکتر نخمل است معين کنيد بهای يکتر از هر سه پارچه را در صورتیکه بهای يکتر مخمل ۶ برابر بهای يکتر ديت است (ماهوت ۱۲۶ ريال نخمل ۴۲ ريال ديت ۷ ريال)

مسئله ۹۱ - رزازی ۴۵۰ كيلو گرم برنج و ۱۴۰ كيلو گرم روغن را جمعاً به ۳۰۳۰ ريال خريد و ميدانيم بهای يك كيلو گرم روغن چهار برابر بهای يك كيلو گرم برنج است - مطلوبست قيمت خريد يك كيلو گرم برنج و يك كيلو روغن - اگر بخواهد برنج را با ۱۰ در صد و روغن را با ۱۵ در صد سود بفروشد بهای يك كيلو گرم از هر کدام را معلوم كنيد (بهای خريد يك كيلو گرم روغن ۱۲ ريال - بهای خريد يك كيلو گرم برنج ۳ ريال)

مسئله ۹۲ - کارگری هر روز کار کند ۹ ريال مزد ميگيرد همه روزه ۵۰۰ ريال هزينه زندگي مينمايد - در ماه اردی بهشت اين کارگر ۵۰۰ ريال ذخيره نوده مطلوبست شماره روزهای کار و تعطيل (۲۵ روز کار ۶ روز تعطيل)

مسئله ۹۳ - مزد روزانه شاگرد آهنگری ۷۵ صدم مزد خود آهنگر ميشود - آهنگر ۲۳ روز و شاگردش ۲۵ روز کار کرده اند و جمعاً ۶۶۸ ريال مزد گرفته اند معين کنيد مزد روزانه هر يك را (آهنگر ۱۶ ريال - شاگرد آهنگر ۱۲ ريال)

مسئله ۹۴ - بهای يك ليتر نفت ۱۲۲ ريال و يك ليتر بنزين ۱۰۵ ريال تعيين شده بنگاهي در ماه مقداری نفت و بنزين مصرف می نمايد ميدانيم ۷۰ ليتر نفت بيش از بنزين بکار رفته و بهای نفت ۳۰ ريال بيش از قيمت بنزين است - معين كنيد مقدار نفت و بنزين مصرف يكماهه اين بنگاه را (نفت ۲۵۰ ليتر - بنزين ۱۸۰ ليتر)

بخش چهارم

توان (قوه)

۸۵ - تعریف - هر گاه چندین عدد مساوی را در یکدیگر ضرب کنیم حاصل ضرب را توانی از یکی از آن عددها خوانیم - یکی از عددهای ضرب کردنی را پایه و شماره این عدد ها را نما گویند .
مثال - حاصل ضربهای زیرین را در نظر گیریم $3 \times 3 = 9$ و $6 \times 6 \times 6 = 216$ و $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ عدد ۹ را توان دوم ۳ و عدد ۲۱۶ را توان سوم عدد ۶ و ۳۲ را توان پنجم عدد ۲ خوانیم طرز نوشتن - این نوع حاصل ضربها را میتوان بطریق ساده‌ای نمایش داد برای این کار باید را نوشته نما را بالای آن متمایل بر است قرار میدهم مثلا توانهای بالا چنین نوشته میشود $3^2 = 9$ و $6^3 = 216$ و $2^5 = 32$ و میخوانند سه نما دو را توان دوم سه و شش نما سه یا توان سوم شش و

۱ - جمع توان ها

۸۶ - قاعده - برای اینکه چندین توان را با یکدیگر جمع کنیم باید عمل جمع را در حاصل ضربها انجام داد
مثال - میخواهیم 2^3 را با 5^2 جمع کنیم اول عدد دو را بتوان ۷ می‌رسانیم میشود 2^7 و ۵ را بتوان ۳ می‌رسانیم میشود 5^3 و ۱۲۵ و ۱۲۸ را با یکدیگر جمع می‌کنیم میشود:
$$2^7 + 5^3 = 128 + 125 = 253$$

۲ - تفریق توان ها

۸۷ - قاعده - برای تفریق توان عددی از توان عدد دیگر عمل

تفریق را بین دو حاصل ضرب انجام میدهیم .

مثال - میخواهیم 4^3 را در 9^2 تفریق کنیم گوئیم $4^3 = 64$

$$\text{و } 9^2 = 81 \text{ پس } 9^2 - 4^3 = 81 - 64 = 17$$

۳ - ضرب توان ها

۸۸ - حالت های مختلف - در ضرب توان ها سه حالت تشخیص

داده میشود :

حالت اول - ضرب دویاچندین توان وقتی پایه ها مساوی باشند:

مثال - میخواهیم 2^3 و 2^5 و 2^2 را در هم ضرب کنیم برای اینکار گوئیم

$$2^3 = \overbrace{2 \times 2 \times 2}^{3 \text{ مرتبه}} \text{ و } 2^5 = \overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{5 \text{ مرتبه}} \text{ و } 2^2 = \overbrace{2 \times 2}^{2 \text{ مرتبه}} \text{ پس چنین داریم}$$

$$2^3 \times 2^5 \times 2^2 = \overbrace{(2 \times 2 \times 2)}^{3 \text{ مرتبه}} \times \overbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}^{5 \text{ مرتبه}} \times \overbrace{(2 \times 2)}^{2 \text{ مرتبه}}$$

حاصل ضرب بالا $10 + 3 + 5 = 2$ دفعه عدد ۲ وجود دارد یعنی

$$2^3 \times 2^5 \times 2^2 = 2^{10}$$

قاعده - حاصل ضرب چندین توان يك عدد عبارتست از توانی

از عدد مفروض که نمای آن مجموع نماهای توان های مفروض باشد

حالت ۴ - ضرب دو یاچندین توان وقتی نماها مساوی باشند .

مثال - می‌خواهیم $۲^۴$ را در $۵^۴$ ضرب کنیم گوئیم :

$$\begin{aligned} ۲^۴ \times ۵^۴ &= (۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲) \times (۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵) = \\ (۲ \times ۵) \times (۲ \times ۵) \times (۲ \times ۵) \times (۲ \times ۵) &= (۲ \times ۵)^۴ = ۱۰^۴ \end{aligned}$$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب توان چهارم ۲ در توان چهارم ۵ عبارتست از توان چهارم حاصل ضرب ۲×۵ یا $۱۰^۴$.
قاعده - حاصل ضرب دو توان مساوی دو عدد همان توان است از حاصل ضرب آن دو عدد

حالات ۳ - قاعده - برای ضرب چندین توان که نه دارای پایه‌های مساوی و نه نماهای مساوی باشند باید عمل ضرب را در حاصل ضربها انجام داد .

۴ - تقسیم توان ها

۸۹ - حالت‌های مختلف - در تقسیم توان هائیز سه حالت تشخیص داده میشود :

حالات ۱ - تقسیم دو توان که پایه‌های آنها مشترک است

مثال - می‌خواهیم $۴^۷$ را بر $۴^۳$ تقسیم کنیم گوئیم

$$۴^۷ : ۴^۳ = ۴^۴ = (۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴) : (۴ \times ۴ \times ۴) = ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ = ۴^۴$$

چنانکه دیده میشود در خارج قسمت مطلوب $۴ = ۷ - ۳$ دفعه عدد چهار موجود است یعنی $۴^۷ : ۴^۳ = ۴^۴$

قاعده - خارج قسمت دو توان يك عدد برابر توانی است از آن عدد که نمای آن فضل نمای آن مقسوم باشد بر نمای مقسوم علیه

حالات ۲ - تقسیم دو توان وقتی نماها مشترک است .

مثال - می‌خواهیم ۱۲° را بر ۳° تقسیم کنیم صورت عمل چنین است .

$$۱۲^\circ : ۳^\circ = (۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲) : (۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳) = \\ (۱۲:۳) \times (۱۲:۳) \times (۱۲:۳) \times (۱۲:۳) \times (۱۲:۳) = (۱۲:۳)^5 = ۴^\circ$$

چنانکه دیده میشود خارج قسمت توان پنجم ۱۲ بر توان پنجم سه عبارتست از توان پنجم ۴° که خارج قسمت ۱۲ است بر ۳ قاعده - خارج قسمت دو توان مساوی از دو عدد همان توان است از خارج قسمت پایه مقسوم بر پایه مقسوم علیه

حالات ۳ - قاعده در تقسیم توان وقتی نه پایه ها مساوی باشند نه نما ها باید عمل تقسیم را در حاصل ضرب ها انجام داد نتیجه ۱ - فرض کنیم می‌خواهیم ۵° را بر ۵° تقسیم کنیم بنابر قاعده نامبرده خارج قسمت عبارتست از $۵^1 = ۵^{5-4} = ۵^1 = ۵^\circ : ۵^\circ$ از طرف دیگر میدانیم $۶۲۵ = ۵^4 = ۱۲۵ = ۵^3$ است و $۶۲۵ : ۱۲۵ = ۵$ پس چنین نتیجه میگیریم که $۵^1 = ۵$ میباشد یعنی توان یکم هر عدد برابر خود آن عدد است .

نتیجه ۲ - فرض میکنیم می‌خواهیم ۳° را برابر ۳° تقسیم کنیم بنا بر قاعده بالا خارج قسمت عبارتست از $۳^0 = ۳^\circ : ۳^\circ$ از طرف دیگر چون مقسوم و مقسوم علیه برابر میباشد خارج قسمت مساوی يك است پس معلوم میشود $۳^0 = ۱$ یعنی هر عدد که بتوان صفر برسد حاصل برابر يك است .

مسئله ها

مسئله - این ضربها را انجام دهید : $۳^۵ \times ۳^۲$ و $۵^۴ \times ۵$ و $۷^۲ \times ۷^۵ \times ۷^۸$
و $۱۲^۶ \times ۱۲^۲ \times ۱۲^۹$ و $۴^۵ \times ۳^۵$ و $۷^۶ \times ۳^۵ \times ۲^۶$ و $۴^۸ \times ۳^۸ \times ۹^۸$ و $۷^۶ \times ۳^۵ \times ۷^۶$ و $۳^۵ \times ۳^۵ \times ۷^۵ \times ۷^۶$
و $۶^۸ \times ۲^۳ \times ۶^۵ \times ۲^۷ \times ۲^۳$.

مسئله - این تقسیم ها را انجام دهید : $۴^۶ : ۴^۳$ و $۸^۷ : ۸^۴$ و $۹^۶ : ۹^۳$ و $۹^۳ \times ۹^۳ : ۹^۶$
و $۱۲^۵ : ۲^۵$ و $۶^۱۳ : ۱۸^۱۳$ و $۸^۶ \times ۳^۶ : ۶^۶ \times ۴^۶$.



بخش پنجم

محاسبه های ذهنی

۹۰ - قواعد کلی و عمومی چهار عمل اصلی در اعداد درست و اعداد ده دهی ضمن دو بخش پیش بتفصیل گفته شد ولی برای سرعت عمل و پرورش فکر دانش آموزان درین بخش قاعده هائی برای انجام چهار عمل اصلی بنام محاسبه های ذهنی ذکر میشود و حتماً لازم است دانش آموزان را عادت داد علاوه بر ضبط این قاعده ها هر جا لازم باشد آنها را بکار برند .

استعمال قاعده های محاسبه های ذهنی دارای فواید بسیاری است زیرا این اعمال هر روز در زندگانی مورد احتیاج هر فردی است و همیشه وسائل محاسبه نوشتنی در دست نیست و بعلاوه امروز انسان هر قدر میتواند باید از وقت صرفه جوئی نماید پس لازم است هر اندازه که ممکن است محاسبه های معمولی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم را سریعتر انجام داد :

۱ - جمع

۹۱ - جمع دو عدد - مثال ۱ - می خواهیم دو عدد ۹۸ و ۴۳ را با یکدیگر جمع کنیم مجموع ۹۸ و ۴۰ برابر ۱۳۸ و مجموع ۱۳۸ و ۳ برابر ۱۴۱ می گردد پس $۹۸ + ۴۳ = ۱۴۱$

مثال ۲ - می خواهیم دو عدد ۴۸۲ و ۱۲۷ را با هم جمع کنیم

میگوئیم مجموع ۴۸۲ و ۱۰۰ میشود ۵۸۲ و مجموع ۵۸۲ و ۲۰ میشود ۶۰۲ و مجموع ۶۰۲ و ۷ میشود ۶۰۹ پس $۴۸۲ + ۱۲۷ = ۶۰۹$
مثال ۳ - میخواهیم دو عدد ۷۳۶۱ و ۴۵۶ را باهم جمع کنیم
گوئیم مجموع ۷۳۶۱ و ۴۰۰ میشود ۷۷۶۱ و مجموع ۷۷۶۱ و ۵۰ میشود ۷۸۱۱ و مجموع ۷۸۱۱ و ۶ میشود ۷۸۱۷ پس
 $۷۳۶۱ + ۴۵۶ = ۷۸۱۷$

قاعده - برای جمع دو عدد کافی است بر عدد بزرگتر یکان‌های مختلف عدد کوچکتر را از طرف چپ پی در پی در ذهن اضافه نمود.
طریقه دیگر برای جمع عدد های بزرگ - مثل - میخواهیم
دو عدد ۴۷۹۱ و ۲۵۶۴ را با یکدیگر جمع کنیم میگوئیم مجموع ۴۷ صده و ۲۵ صده میشود ۷۲ صده و مجموع ۹۱ یک و ۶۴ یک میشود
۱۵۵ پس مجموع دو عدد مفروض عبارتست از $۷۲ + ۱ = ۷۳$
و ۵۵ یک یعنی $۴۷۹۱ + ۲۵۶۴ = ۷۳۵۵$

قاعده - برای جمع دو عدد بزرگتر از صد هر يك از آنها را بدو جزء یا بیشتر قسمت کرده هر يك از این اجزاء را نظیر به نظیر در ذهن با یکدیگر جمع میکنیم و حاصل جمعها را باهم می‌افزاییم.
مثال ۱ - میخواهیم دو عدد ۹۲ و ۷۵ را باهم جمع کنیم -
نخست عدد ۹۰ را که نزدیک به ۹۲ است با ۷۵ جمع میکنیم میشود ۱۶۵ سپس ۲ را بآن می‌افزاییم میشود ۱۶۷ یعنی $۹۲ + ۷۵ = ۱۶۷$
مثال ۲ - میخواهیم دو عدد ۸۸ و ۷۵ را باهم جمع کنیم
نخست عدد ۹۰ را که نزدیک به ۸۸ است و جمع کردن آن با ۷۵

آسان است جمع میکنیم میشود ۱۶۵ سپس دو یکه از آن می‌کاهیم میشود

$$۱۶۳ \text{ پس } ۸۸ + ۷۵ = ۱۶۳$$

قاعده - اگر یکی از دو عدد جمع کردنی نزدیک به عددیست که

به يك یا چند صفر ختم شده باشد عدد ختم شده بصفر را با عدد دیگر جمع نموده و حاصل را باندازه اختلاف تصحیح مینمائیم .

جمع عدد های ده دهی - مثال - می‌خواهیم دو عدد ۲۳ و ۷۲ را

۱۲۰۵۶ را با یکدیگر جمع کنیم می‌گوئیم مجموع ۴۷ یکه و ۱۲ یکه

میشود ۵۹ یکه و مجموع ۲۳ صدم و ۵۶ صدم میشود ۷۹ صدم پس

$$۴۷۲۳ + ۱۲۰۵۶ = ۵۹۷۹$$

قاعده - برای جمع عدد های ده دهی کافیت قسمتهای درست را

با یکدیگر و قسمتهای ده‌دهی را نیز با هم در ذهن جمع نمایند نیز میتوان

هر يك از عدد های ده‌دهی را از جنس کوچکترین مرتبه ده‌دهی نموده

عمل جمع را مانند عدد های درست انجام داد و نیز را در جای خود گذارد .

۹۲ - جمع چندین عدد - هرگاه بخواهیم چندین عدد را با هم

جمع کنیم نخست اولین عدد را بادومی در ذهن جمع نموده و حاصل جمع

آنها را با عدد سوم جمع میکنیم و عمل را بهمین طریق ادامه میدهیم

تا تمام عدد ها جمع گردد

۲ - تفریق

۹۴ - تفریق عدد های درست - مثال - می‌خواهیم عدد ۴۵ را از

عدد ۹۲ کم کنیم گوئیم مانده ۴۰ از ۹۲ میشود ۵۲ و مانده از

$$۵۲ \text{ میشود } ۴۷ \text{ پس } ۹۲ - ۴۵ = ۴۷$$

قاعده - برای تفریق عددی از عدد دیگر کافیست از عدد بزرگتر
یکان مرتبه های مختلف عدد کوچکتر را از طرف چپ بی درستی در ذهن
کم نمود.

راه دیگر - مثال - میخواهیم عدد ۷۶ را از ۲۹۱ کم
کنیم گوئیم مجموع ۷۶ و ۲ میشود ۱۰۰ میشود ۱۰۰ و مجموع ۱۰۰ و ۱۹۱ میشود
۲۹۱ پس مانده عبارتست از مجموع ۱۹۱ و ۲۴ یعنی ۲۱۵ یعنی
 $291 - 76 = 215$

قاعده - برای تفریق عددی از عدد دیگر عددی را می بینیم که
چون آنرا بر عدد کوچکتر بیافزائیم حاصل برابر عدد بزرگتر شود

راه دیگر - مثال - ۱- میخواهیم عدد ۹۳ را از عدد ۳۰۱
کم کنیم گوئیم مانده تفریق ۹۰ از ۳۰۱ برابر ۳۰۱ و عدد تفریق
 $301 - 90 = 211$ از ۹۳ برابر ۳۳۸ میشود پس $301 - 93 = 211$

مثال ۴- میخواهیم عدد ۸۷ را از عدد ۳۰۱ کم کنیم گوئیم
مانده تفریق ۹۰ از ۳۰۱ برابر ۲۰۱ میشود و حاصل ۲۰۱ و ۲۰۱
 $301 - 87 = 214$ برابر ۲۵۴ میگردد پس $301 - 87 = 214$

قاعده - برای تفریق عددی از عدد دیگر باید عدد مقنوم مغربی
را که بعدد کوچکتر نزدیکتر است از عدد بزرگتر که بوده و حاصل را
باندازه اختلاف این عدد با عدد مغربی با افزودن یا کم کردن تصحیح نمود
تفریق عدد های ده دهی - مثال - میخواهیم عدد ۹۴۲ را از عدد
۷۳۶۱ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ۹ از ۶۳ میشود ۵۴ و مانده

تفریق ۴۲ صد از ۶۱ صد میشود ۱۹ صد پس

$$7361 - 942 = 6419$$

قاعده - برای تفریق عدد ده دهی از عدد ده دهی دیگر کافیست قسمت درشت را

از قسمت درست و جزء ده دهی را از جزء ده دهی تفریق نمود نیز میتوان هریک از عددهای ده دهی را از جنس کوچکترین مرتبه دهدهی نمود و عمل تفریق را مانند عدد های درست انجام داد.

۹۴ - متمم یا کم بود عدد - مثال - میخواهیم عدد ۷۵۴۶ را

از ۱۰۰۰۰ کم کنیم صورت عمل چنین است

$$\begin{array}{r} 10000 \\ 7546 \\ \hline 2454 \end{array}$$

چنانکه می بینیم میتوان مانده را با قاعده زیرین

بسرعت بدست آورد

قاعده - برای کم کردن عدد مفروض ازیکه ای که درست راست

آن بشماره پیکر های عدد مفروض صفر باشد کافی است از سمت چپ شروع نموده هریک از پیکر های عدد مفروض را از ۹ و پیکر یکان آنرا از ۱۰ کم نموده اگر عدد مفروض نیز در سمت راست دارای چند صفر باشد پیکری را که پیش از صفر ها قرار گرفته از ۱۰ کم میکنیم

مثال ۱- میخواهیم عدد ۴۲۰۶۷۰ را از ۱۰۰۰۰۰۰ کم

کنیم مانده بدینطریق فوراً بدست میآید:

$$\begin{array}{l} 9-4=5 \\ 9-2=7 \\ 9-0=9 \\ 9-6=3 \\ 10-7=3 \\ 0-0=0 \end{array}$$

$$1000000-420670=579330 \text{ پس}$$

مثال ۲- میخواهیم عدد ۴۵۷۶ را از ۶۰۰۰ کم کنیم صورت

$$\begin{array}{r} 6000 \\ 4576 \\ \hline 1424 \end{array}$$

عمل چنین است

میتوان مانده را فوراً از روی قاعده زیرین بدست آورد:

قاعده - برای کم کردن عدد مفروضی از عدد دیگر که شماره پیکر هایش برابر پیکر های عدد مفروض باشد و جز پیکر سمت چپ سایر پیکرهای آن صفر باشد از سمت چپ شروع نموده اولین پیکر عدد کوچکتر را از اولین پیکر عدد بزرگتر منهای یک نموده سایر پیکرهای عدد کوچکتر را از ۹ و فقط پیکر یکان یا پیکری را که بعد از آن صفر قرار گرفته از ۱۰ کم میکنیم

مثال - میخواهیم - عدد ۳۰۲۷۶۰ را از ۸۰۰۰۰۰ کم کنیم گوئیم:

$$\begin{array}{r} 800000 \\ - 302760 \\ \hline 497240 \end{array}$$

$$800000 - 302760 = 497240 \quad \text{پس}$$

البته دو قاعده اخیر را باید بدون نوشتن آنچه در معنی بدست دیدن صورت تفریق مانده را از سمت چپ خوانند.

۳ - ضرب

۹۵ - حاصل ضرب عددی در عدد یک پیکری. مثال - میخواهیم

عدد ۷۶ را در ۸ ضرب کنیم میگوئیم ۸ ضرب در ۷۰ میشود ۵۶۰ و ۸ ضرب در ۶ میشود ۴۸ پس حاصل ضرب ۵۶۰ برآورد مجموع و ۴۸ یعنی ۶۰۸ میشود یعنی $76 \times 8 = 608$

قاعده - برای ضرب عددی در عدد یک پیکری از یکانهای

مرتبه های مختلف عدد مقروض را از بزرگترین مرتبه پی دزی در آن عدد يك پیکری در ذهن ضرب نموده حاصل ضربها را نیز در ذهن باهم جمع میکنیم.

مثال - میخواهیم عدد ۴۹۵ را در ۷ ضرب کنیم گوئیم ۷ ضرب در ۴۰۰ میشود ۲۸۰۰ و ۷ ضرب در ۹۰ میشود ۶۳۰ و مجموع ۲۸۰۰ و ۶۳۰ میشود ۳۴۳۰ و ۷ ضرب در ۵ میشود ۳۵ و مجموع ۳۴۳۰ و ۳۵ میشود ۳۴۶۵ پس $495 \times 7 = 3465$ راه دیگر - مثال ۱- میخواهیم عدد ۴۳ را در ۸ ضرب کنیم بجای ۸ عدد ۱۰ را در ۴۳ ضرب مینمائیم میشود ۴۳۰ سپس دو برابر ۴۳ را که ۸۶ میباشد از ۴۳۰ کم میکنیم میشود ۳۴۴ پس $43 \times 8 = 344$

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۶۳ را در ۴ ضرب کنیم بجای ۶۳ عدد ۶۰ را در ۴ ضرب میکنیم میشود ۲۴۰ سپس بر این عدد ۳ برابر عدد ۴ را که ۱۲ است میافزائیم میشود ۲۵۲ پس $63 \times 4 = 252$

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۷۹ را در ۶ ضرب کنیم بجای ۷۹ عدد ۸۰ را در ۶ ضرب میکنیم میشود ۴۸۰ سپس از ۴۸۰ يك مرتبه ۶ را کم میکنیم میشود ۴۷۴ پس $79 \times 6 = 474$

قاعده - برای ضرب عدد چندپیکری در عدد يك پیکری نزدیک به ۱۰ کافیت ۱۰ را در آن عدد ضرب نموده حاصل را باندازه حاصل ضرب اختلاف بین ۱۰ و عدد يك پیکری مقروض در آن عدد چند پیکری با تفریق تصحیح نمود.

برای ضرب عدد يك پیکری در عدد چند پیکری باید عدد مختوم بصوری را که باین عدد نزدیکتر است در آن عدد يك پیکری ضرب نموده حاصل را چنانکه در ضمن مثالها گفته شد تصحیح کرد.

۹۶. حاصل ضرب عددی در ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ...

مثال - میخواهیم عدد ۴۵۸ را در ۵۰ ضرب کنیم این عدد را در ۱۰۰ که دو برابر ۵۰ است ضرب میکنیم میشود ۴۵۸۰۰ ولی چون مضروب دو برابر شده حاصل ضرب نیز دو برابر گشته است و برای یافتن حاصل ضرب منظور باید ۴۵۸۰۰ را تقسیم بر دو نموده میشود

$$۴۵۸ \times ۵۰ = ۲۲۹۰۰$$
 پس ۲۲۹۰۰

فائده - برای ضرب عددی مقروض در ۵ یا ۵۰ یا ۵۰۰ یا ...

عدد مقروض را باید در ذهن در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... ضرب نموده یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ یا ... مضروب را است آن فراز داده حاصل ضرب را در ذهن بر ۲ قسمت نمود.

۹۷. حاصل ضرب عددی در ۱۵ و ۱۵۰ و ۱۵۰۰ و ...

مثال - میخواهیم عدد ۳۶۴ را در ۱۵۰۰ ضرب کنیم باید یکمرتبه عدد مقروض را در ۱۰۰۰ و مرتبه دیگر در ۵۰۰ که نصف ۱۰۰۰ است ضرب نموده حاصل ضرب را با هم جمع کنیم - مثلاً حاصل ضرب عددی در ۵۰۰ نصف حاصل ضرب آن عدد در ۱۰۰۰ است پس ۳۶۴ را در ۱۰۰۰ ضرب میکنیم میشود ۳۶۴۰۰۰ و نصف این عدد را که ۱۸۲۰۰۰ است بر آن میزنیم میشود ۵۴۶۰۰۰

$$۳۶۴ \times ۱۵۰۰ = ۵۴۶۰۰۰$$
 پس ۵۴۶۰۰۰

فائده - برای ضرب عددی در ۱۵ یا ۱۵۰ یا ۱۵۰۰ یا ...

آن عدد را در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... ضرب کرده یعنی ۱

یا ۲ یا ۳ یا صفر در راست آن قرار داده و بر حاصل نصف آنرا میافزائیم .

۹۸ - حاصل ضرب عددی در ۹ و ۱۱ و ۱۹ و ۳۱ یا ۴۹ و ۳۱ و

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۲۷ را در ۱۹ ضرب کنیم - بجای ۱۹ عدد ۲۰ را در ۲۷ ضرب کنیم میشود ۵۴۰ و از این حاصل ضرب ۲۷ را کم میکنیم میشود ۵۱۳ پس $27 \times 19 = 513$

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۴۸ را در ۳۱ ضرب کنیم - بجای ۳۱ عدد ۳۰ را در ۴۸ ضرب میکنیم میشود ۱۴۴۰ سپس بر این حاصل ضرب ۴۸ را میافزائیم میشود ۱۴۸۸ پس $48 \times 31 = 1488$

قاعده - برای ضرب عددی در ۹ و ۱۱ و ۱۹ و ۲۱ و یا ۲۹ و ۳۱ و عدد مفروض را در ۱۰ یا ۲۰ یا ۳۰ ضرب کرده از حاصل یکمرتبه خود آن عدد را کم میکنیم یا یکبار عدد مفروض را بر حاصل ضرب میفزائیم

۹۹ - حاصل ضرب عددی در ۱۱

مثال - میخواهیم ۵۴۷۹ را در عدد ۱۱ ضرب کنیم - چنانکه میدانیم باید این عدد را در ۱۰ ضرب نموده بر حاصل خود این عدد را افزود یعنی باید ۵۴۷۹۰ را با ۵۴۷۹ جمع نمود صورت عمل چنین است:

$$\begin{array}{r} 54790 \\ 5479 \\ \hline 60269 \end{array}$$

چنانکه می بینیم برای بدست آوردن این حاصل جمع یکان عدد مفروض یعنی ۹ را که پیکر یکان حاصل ضرب است منویسیم سپس

پیکر های یکان و دهگان عدد مفروض را بسا هم جمع میکنیم میشود
 $16 = 9 + 7$ پیکر یکان این حاصل جمع یعنی ۶ پیکر دهگان حاصل
 ضرب ما میباشد بعد پیکر های دهگان و صدگان عدد مفروض را باهم
 جمع کرده پیکر دهگان ۱۶ را که باقی مانده بود نیز بر آن میافزائیم میشود
 $12 = 1 + 4 + 7$ پیکر یکان این حاصل جمع پیکر صدگان حاصل ضرب
 مطلوب است و عمل را به همین ترتیب ادامه میدهیم تا حاصل ضرب بدست آید
 قاعده - برای ضرب عددی در ۱۱ آن عدد را نوشته صفری
 در راست آن قرار میدهیم سپس از سمت راست شروع نموده هر پیکر
 را با پیکر بعدی جمع نموده یکان حاصل جمع را نوشته و دهگن آن را
 (اگر موجود باشد) بحاصل جمع بعد اضافه میکنیم و

تبصره - در حالت مخصوصی که عدد مفروض دارای دو پیکر راست
 دانش آموزان باید ضرب را در ذهن انجام دهند

۱۰۰ - حاصل ضرب دو عدد واقع بین ۱۰ و ۲۰

مثال - میخواهیم عدد ۱۹ را در ۱۶ ضرب کنیم - عمل را

میتوانیم چنین بنویسیم

$$\begin{aligned} 19 \times 16 &= 19 \times (10 + 6) = 19 \times 10 + (10 + 9) \times 6 = 19 \times 10 + 6 \times 10 \\ &+ 5 \times 10 + 4 \times 10 + 5 \times 10 + 4 \times 10 + 4 \times 10 + 4 \times 10 = (19 + 6 + 5) \times 10 + 4 = \\ &30 \times 10 + 4 = 300 + 4 = 304 \end{aligned}$$

قاعده - برای تعیین حاصل ضرب دو عدد واقع بین ۱۰ و ۲۰ بر یکی

از این دو عدد پیکر یکان عدد دیگر و پیکر دهگان حاصل ضرب دو پیکر
 یکان را افزوده در راست این حاصل پیکر یکان حاصل ضرب دو پیکر
 یکان را مینویسیم .

۱۰۲ - حاصل ضرب - عددی در ۲۵ و ۲۵ و ۴۵ و

مثال - میخواهیم عدد ۷۴۳ را در ۲۵۰ ضرب کنیم بجای ۲۵۰ عدد مفروض را در ۱۰۰۰ که چهار برابر ۲۵۰ است ضرب میکنیم میشود ۷۴۳۰۰۰ ولی این حاصل ضرب چهار برابر حاصل ضرب مطلوبست پس برای بدست آوردن حاصل ضرب باید ۷۴۳۰۰۰ را بر ۴ قسمت نمود میشود ۱۸۵۷۵۰ یعنی $743 \times 250 = 185750$

قاعده - برای ضرب عددی در ۲۵ یا ۲۵۰ یا آنرا در ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ضرب میکنیم یعنی ۲ یا ۳ یا صفر در سمت راست آن قرار داده حاصل را بر ۴ قسمت میکنیم
۱۰۴ - حاصل ضرب عددی در ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا
مثال - میخواهیم عدد ۳۸ را در ۱۲۵ ضرب کنیم بجای

۱۲۵ عدد مفروض را در ۱۰۰۰ که هشت برابر ۱۲۵ است ضرب میکنیم میشود ۳۸۰۰۰ سپس برای یافتن حاصل ضرب مطلوب این حاصل ضرب را بر ۸ قسمت میکنیم میشود ۴۷۵۰ پس $38 \times 125 = 4750$
قاعده - برای ضرب عددی در ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا آنرا

در ۱۰۰۰ یا ۱۰۰۰۰ یا ضرب کرده یعنی ۳ یا ۴ یا صفر در سمت راست آن قرار میدهم و حاصل را در ذهن بر ۸ قسمت میکنیم
۱۰۴ - تبصره - توجیه چهار قاعده که در پائین گفته میشود با استفاده از قاعده هائی که در پیش گفته شد بر عهده دانش آموزان است
قاعده - برای ضرب عددی در ۵۰ یا ۵۰۰ یا ۵۰۰۰ یا ۵۰۰۰۰ یا

..... کافیت عدد مفروض را در ۵ ضرب کرده سپس از راست آن ۱ یا ۲ یا ۳ یا بیکر جدا نموده ممیز گذاشت نیز میتوان بدو از سمت راست ۱ یا ۲ یا ۳ یا بیکر جدا کرده ممیز گذارده سپس حاصل را در ۲ ضرب نمود.

۷۵ را قرار میدهیم (بر دانش آموزانست که قسمت اخیر این قاعده را توجیه نمایند)

۱۰۵ - قاعده - برای ضرب عدد دویکری که رقم یکان آن ۵ باشد در خود آن عدد کافیت پیکردهگان آنرا در متوالی خودش (یعنی عددی که يك از آن بزرگتر است) ضرب نموده و عدد ۲۵ را در راست آن قرار دهیم

مثال - میخواهیم عدد ۷۵ را در ۷۵ ضرب کنیم ۷ را در ۸ ضرب میکنیم میشود ۵۶ پس ۲۵ را در راست آن میگذاریم میشود ۵۶۲۵ پس $۷۵^2 = ۷۵ \times ۷۵ = ۵۶۲۵$ (توجیه این قاعده نیز بر عهده دانش آموزان است)

۱۰۶ - ضرب عددی در عدد دیگر که حاصل ضرب دویاسه سازه يك پیکری باشد

مثال - میخواهیم عدد ۷۶ را در ۱۲ ضرب کنیم - میدانیم $۱۲ = ۳ \times ۴$ پس کافیت يك مرتبه ۷۶ را در ۳ ضرب نمود میشود ۲۲۸ و بعد این حاصل ضرب را در ۴ ضرب کرد میشود ۹۱۲ پس $۷۶ \times ۱۲ = ۹۱۲$

قاعده - برای ضرب عددی در عدد دیگر که میتوان آنرا بصورت حاصل ضرب دو یا چندین سازه يك پیکری نوشت قاعده آنستکه باید عدد مفروض را در یکی از آن سازه های يك پیکری ضرب نمود و حاصل ضرب جدید را در سازه دیگر و . . . در سازه سوم و . . . ضرب میکنیم .

۴ - تقسیم

۱۰۷ - تقسیم - عدد دو یاسه یکری بر عدد یک یکری

مثال - میخواهیم عدد ۱۹۵ را بر ۸ قسمت کنیم - گوئیم

$195 = 160 + 35$ حال خارج قسمت ۱۶۰ بر ۸ برابر ۲۰ میباشد

$160 : 8 = 20$ از طرف دیگر $35 = (8 \times 4) + 3$ پس

$195 = 8 \times (20 + 4) + 3 = 8 \times 24 + 3$ خارج قسمت برابر

۲۴ و باقیمانده ۳ است .

قاعده - برای تقسیم عدد دو یاسه یکری بر عدد یک یکری

بزرگترین دهگان موجود در مقسوم را که بر مقسوم علیه قابل قسمت

بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و آنچه را که از مقسوم باقی میماند نیز

بر مقسوم علیه تقسیم مینمائیم مجموع دو خارج قسمت برابر خارج قسمت

مطلوب و مانده تقسیم دوم همان مانده تقسیم اصلی میباشد .

۱۰۸ - تقسیم - عددی بر عدد دیگر که برابر حاصل ضرب

چندین عدد باشد

مثال - میخواهیم عدد ۶۷۵ را بر عدد ۱۵ قسمت کنیم - چون

$3 \times 5 = 15$ کافیست بدو عدد ۶۷۵ را بر ۵ قسمت کنیم میشود

۱۳۵ حال این خارج قسمت را بر ۳ تقسیم میکنیم میشود ۴۵ پس

$$675 = 15 \times 45$$

قاعده - برای تقسیم عددی مفروض بر عدد دیگر که برابر حاصل

ضرب چندین سازه یکری باشد کافیست عدد مفروض را بر یکی از

آن سازه ها قسمت کرده و خارج قسمت را بر عدد دیگر تقسیم نمود

و آخرین خارج قسمت عبارتست از خارج قسمت مطلوب .

۱۰۹ - تقسیم عددی بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ۵۰۰۰

مثال - می‌خواهیم عدد ۷۴۳۶ را بر ۵۰ قسمت کنیم بجای ۵۰ عدد ۱۰۰ را که دو برابر ۵۰ است بجای مقسوم علیه اختیار نموده ۷۴۳۶ را بر ۱۰۰ قسمت میکنیم میشود ۷۴٫۳۶ اما این عدد نصف خارج قسمت مطلوب میباشد پس خارج قسمت ما برابر $۷۴٫۳۶ \times ۲ = ۱۴۸٫۷۲$ خواهد بود یعنی $۷۴۳۶ = ۵۰ \times ۱۴۸٫۷۲$

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ۵۰۰۰ و کافیت از راست آن عدد ۱ یا ۲ یا ۳ پیکر جدا کرده میز گذاشت و عددی را که بدین ترتیب بدست می‌آید در ذهن دو برابر کنیم نیز میتوان بدو عدد مقروض را دو برابر کرد سپس از راست آن ۱ یا دو یا ۳ پیکر جدا کرده میز گذاشت .

۱۱۰ - تقسیم - عددی بر ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ۲۵۰۰۰ و

مثال - می‌خواهیم عدد ۱۴۷۳۶ را بر ۲۵۰ قسمت کنیم بجای ۲۵۰ عدد ۱۰۰۰ را که ۴ برابر آنست اختیار کرده مقسوم بر ۱۰۰۰ تقسیم میکنیم میشود ۱۴٫۷۳۶ ولی این خارج قسمت چهار دفعه کوجکتر از خارج قسمت مطلوبست پس برای یافتن خارج قسمت مطلوب کافیت عدد ۱۴٫۷۳۶ را در ۴ ضرب نمود میشود ۵۸٫۹۴ پس $۱۴۷۳۶ = ۲۵۰ \times ۵۸٫۹۴$

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ۲۵۰۰۰ و

کافیت ۲ یا ۳ یا ۴ پیکر از سمت راست آن جدا کرده میز گذاشت سپس عددی را که بدین طریق بدست آمده در ذهن در ۴ ضرب نموده - نیز میتوان بدو عدد مقروض را در ذهن در ۴ ضرب کرد سپس از راست آن ۲ یا ۳ یا ۴ پیکر جدا کرده میز گذاشت .

۱۱۱ - تقسیم - عددی بر ۱۴۵ یا ۱۴۵۰ یا ۱۴۵۰۰ یا

مثال - میخواهیم ۴۹۲۷ را بر ۱۲۵ قسمت کنیم بجای ۱۲۵ عدد ۱۰۰۰ را که ۸ برابر آنست اختیار کرده عدد ۴۹۲۷ را بر ۲۰۰۰ تقسیم میکنیم میشود ۴۹۲۷ در ۱۰ ولی این خارج قسمت ۸ دفعه کوچکتر از خارج قسمت مطلوب است و برای یافتن آن خارج قسمت کافیت عدد ۴۹۲۷ را در ۸ ضرب نمود میشود ۳۹۴۱۶ پس $۴۹۲۷ = ۱۲۵ \times ۳۹۴۱۶$

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۱۲۵ یا ۱۳۵۰ یا ۱۴۵۰۰ یا کافیت ۳ یا ۴ یا ۵ یا بیکر از سمت راست آن جدا کرده میز زد سپس عددی را که بدین ترتیب بدست آمده در ذهن در ۸ ضرب نمود نیز میتوان بدو عدد مفروض را در ذهن در ۸ ضرب کرد سپس از راست آن ۳ یا ۴ یا ۵ یا دیگر جدا کرده نیز کفایت ۱۱۳ - تبصره - دانش آموزان بدست قاعده را که در زیر گفته میشود با استفاده از قاعده هائی که در بالا گفته شد توجیه نمایند.

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۵ یا ۵۰ یا ۵۰۰ یا ۵۰۰۰ یا کافیت ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا صفر در راست آن اضافه عددی را که بدین طریق بدست میآید دو برابر کنیم - نیز میتوان نخست عدد مفروض را دو برابر نمود سپس ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا مفروض را راست آن قرار داد.

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۵ یا ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا عدد مفروض را بر ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا بدست تقسیم کرده خارج قسمت را در ۵ ضرب نمود.

مسئله ها

مسئله ۱ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید: $۲۳+۹۱$ و $۳۵+۹۱$
 $۲۷+۴۸$ و $۸۶+۳۶$ و $۳۹+۴۰$ و $۹۷+۸۴$ و $۲۸+۷۲$ و $۴۹+۹۵$
 و $۷۳+۹۸$ و $۴۷+۳۶$ و $۲۷+۷۹$ و $۳۹+۹۳$

مسئله ۲ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید: $۳۶-۱۴۳$ و $۲۵۹+۸۰$
 $۷۲۳+۳۶$ و $۹۵+۴۸۱$ و $۳۸۶+۴۹$ و $۵۰۸+۶۴$ و $۹۷+۳۰۹$ و $۴۱۰+۹۱$
 $۴۹۶+۵۰$ و $۴۸۶+۹۸$ و $۷۴۵+۳۹$ و $۷۸۷-۸۷$

مسئله ۳ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید:
 $۴۵۶+۲۹۸$ و $۴۸۶+۳۰۹$ و $۳۵۲+۹۸۱$ و $۳۶۳+۵۰۰$ و
 $۸۰۹+۹۰۸$ و $۳۴۱+۵۸۶$ و $۷۶۳+۴۵۸$ و $۲۲۹+۷۳۱$ و $۵۰۸+۳۴۱$
 ۳۴۲ و $۸۴۳+۷۶۹$ و $۱۹۲+۲۹۱$ و $۴۰۶+۷۵۸$

مسئله ۴ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید:
 $۷۳۵۲+۲۲۹$ و $۲۳۷۸+۵۵۸$ و $۴۷۳۶+۱۲۸$ و ۲۵۸۱
 $۴۵۳۹+۲۸۶$ و $۷۸۴۳+۹۶۰$ و $۳۶۸۴+۷۲۲$ و $۸۰۲+۴۵۲۸$ و
 $۵۰۳۵+۴۲۵$ و $۸۴۱۳+۹۵۱$ و $۴۸۹۹+۲۰۸$ و $۳۵۸۴+۳۹۶$

مسئله ۵ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید: $۳۷۶۴+۳۴۹۰$ و
 $۵۷۹۳+۲۷۴۵$ و $۱۲۹۳+۸۳۲۸$ و $۶۸۴۹+۴۴۸۲$ و $۴۰۹۳+۳۲۸۱$ و
 $۸۰۳۶+۷۵۰۰$ و $۳۳۶۸+۹۸۰۴$ و $۸۳۹۷+۴۵۰۲$ و $۹۳۳۳+۵۸۲۸$
 $۷۳۱۶+۹۳۲۵$ و $۶۴۹۷+۳۲۸۶$ و $۸۹۴۳+۴۴۷۹$

مسئله ۶ - این جمع ها را در ذهن انجام دهید: $۲۹۱۸+۱۷۱۲$ و $۱۴۸۶+۱۷۳۱$ و $۱۷۳۱+۱۷۳۱$ و $۲۹۲۳+۱۴۸۳$
 ۱۵۸۶ و $۴۳۹+۴۳۲۸$ و $۱۲۰۸+۱۴۲۶$ و $۱۸۴۵+۱۸۲۸$ و $۳۳۷۲+۳۳۸۴$ و $۳۳۵۲+۳۳۶۶$

مسئله ۷ - این تفریق ها را در ذهن انجام دهید: $۴۲-۱۷$ و
 $۳۵-۸۶$ و $۴۷-۴۹$ و $۴۵-۱۸۶$ و $۳۹-۳۹$ و $۴۸-۷۲$ و $۷۲۹۳-۴۵۳$ و $۳۰۸-۵۹۸$
 $۷۹-۸۸۸$ و $۳۸۶-۴۵۹$ و $۷۳۶-۵۵۱$ و $۶۰۹-۹۰۸$ و $۳۰۲-۵۷۶$

۳۰۹ — ۷۴۳ و ۲۸۹ — ۴۵۱ و ۸۰۴ — ۹۵۲ و ۷۸۷ — ۸۷۸ و ۲۷۳ — ۳۷۲
۸۰۴ — ۹۵۲

مسئله ۸ — هریک از عدد های زیر را از ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ و و ۹۰۰ در ذهن کم نموده و حاصل تفریق را بنویسید ۴۳ و ۲۸ و ۱۱۲ و ۴۳۲ و ۱۷۵۶ و ۴۹۱۲ و ۲۷۰۶ و ۵۸۴۸ و ۱۸۴۵ و ۱۰۴۳۶ و ۲۹۰۰۸ و ۸۹۰۰۴

مسئله ۹ — هریک از عدد های زیر را از ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ و و ۹۰۰۰ در ذهن کم نموده و حاصل را بنویسید — ۲۸۳ و ۱۲۵ و ۹۳ و ۴۳ و ۲۸ و ۷۶۴ و ۴۵۹ و ۷۰۶۰۹۳ و ۲۴۰۰۲ و ۲۰۹۸ و ۷۰۰۰۰۷ و ۴۵۳۸۰۶ و ۲۷۳۴۸۹

مسئله ۱۰ — هریک از عدد های زیر را در ذهن در عدد های ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ ضرب کنید ۱۲ و ۱۷ و ۲۵ و ۴۳ و ۲۷ و ۳۹ و ۱۹ و ۲۹ و ۵۶ و ۹۷ و ۶۹ و ۴۵ و ۷۹ و ۳۷ و ۷۳ و ۶۷ و ۴۵۷ و ۲۷۴ و ۱۰۷ و ۳۰۸ و ۱۱۷ و ۴۰۵ و ۹۱۴ و ۳۶۶ و ۷۴۱ و ۳۸۴ و ۹۰۹ و ۷۴۸

مسئله ۱۱ — هریک از عدد های زیر را ۱۲ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹ و ۲۵ و ۳۲ و ۳۷ و ۴۵ و ۵۶ و ۶۸ و ۷۳ و ۹۳ و ۱۷۵ و ۲۸۶ و ۴۵۳ و ۲۷۹ و ۳۴۶ و ۵۸۲ و ۷۳۹۲ و ۹۴۶۲ و ۲۰۷۶ و ۹۰۰۹ و ۳۸۰۱ و ۲۳۰۰۵ و ۱۹۷۹ و ۱۴۳۸ و ۷۲۵۷۵ و ۴۹۲۳۶ و ۱۸۹۶ و ۹۸۳۳۶ و ۷۹۳۱۸ و ۲۳۶۰۹ در ذهن در ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ضرب کنید .

مسئله ۱۲ — هریک از عدد های مسئله پیش را در ذهن در ۱۵۰ و ۱۵۰۰ و ضرب کنید .

مسئله ۱۳ — هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۲۵ و ۲۵۰ و ۲۵۰۰ و ضرب کنید .

مسئله ۱۴ — هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۱۲۵ و ۱۲۵۰ و ۱۲۵۰۰ و ضرب کنید .

- مسئله ۱۵ - هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۰ و ۰۰ و ۰۰۰ و ۰۰۰۰ ضرب کنید
- مسئله ۱۶ - هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۰ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ضرب کنید
- مسئله ۱۷ - هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در ۲ و ۲۰ و ۲۰۰ و ۲۰۰۰ ضرب کنید
- مسئله ۱۸ - هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۱۲ و ۱۲۰ و ۱۲۰۰ و ۱۲۰۰۰ ضرب کنید
- مسئله ۱۹ - هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در ۱۹ و ۲۱ و ۲۹ و ۳۱ و ۴۱ و ۴۹ و ۵۹ و ۶۹ و ۷۹ و ۸۹ و ۹۹ ضرب کنید
- مسئله ۲۰ - هریک از عدد های بین ۱۰ و ۲۰ را در ذهن خود ضرب نموده حاصل را بخاطر بسپارید
- مسئله ۲۱ - هریک از عدد های ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۱ و ۲۳ و ۲۵ و ۲۷ و ۲۹ و ۳۱ و ۳۳ و ۳۵ و ۳۷ و ۳۹ و ۴۱ و ۴۳ و ۴۵ و ۴۷ و ۴۹ و ۵۱ و ۵۳ و ۵۵ و ۵۷ و ۵۹ و ۶۱ و ۶۳ و ۶۵ و ۶۷ و ۶۹ و ۷۱ و ۷۳ و ۷۵ و ۷۷ و ۷۹ و ۸۱ و ۸۳ و ۸۵ و ۸۷ و ۸۹ و ۹۱ و ۹۳ و ۹۵ و ۹۷ و ۹۹ را در ذهن ضرب کنید
- مسئله ۲۲ - هریک از عدد های مسئله ۱۱ را در ذهن از عدد های حاصل ضرب فیثاغورث در ذهن ضرب کنید
- مسئله ۲۳ - هریک از عدد های ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ و ۴۵ و ۵۵ و ۶۵ و ۷۵ و ۸۵ و ۹۵ را در هریک از عدد های ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ و ۴۵ و ۵۵ و ۶۵ و ۷۵ و ۸۵ و ۹۵ ضرب کنید
- مسئله ۲۴ - هریک از این اعداد را ۹۲ و ۸۹ و ۷۶ و ۶۳ و ۵۷ و ۴۵ و ۳۳ و ۲۸ و ۲۰ و ۱۲ و ۷ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را در هریک از این اعداد ضرب کنید
- مسئله ۲۵ - هریک از عدد های ۲۱ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۰ و ۷ و ۶ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱ را در هریک از عدد های ۲۱۰ و ۴۲۰ و ۶۳۰ و ۸۴۰ را در

۴۲ و ۷۰ و ۱۰۵ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بدست آورید.
مسئله ۳۶- هریک از عدد های ۸۴۰ و ۱۶۸۰ و ۲۵۲۰ را بر هریک
از عدد های ۷ و ۶ و ۲۰ و ۲۴ و ۲۸ و ۳۰ و ۳۵ و ۴۲ و ۱۲۰ و
۱۴۰ و ۱۶۸ و ۲۱۰ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بیابید

مسئله ۳۷- هریک از عدد های ۳۰۲۴ و ۹۰۷۲ و ۱۵۱۲۰ را بر هر
یک از عدد های ۶۳ و ۵۶ و ۵۴ و ۴۸ و ۴۲ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵۰۴ و
۴۴۲ و ۳۷۸ و ۳۳۶ و ۷۲ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بیابید
مسئله ۳۸- هر یک از عدد های ۴۲ و ۷۳ و ۹۶ و ۱۲۷ و ۲۳۵ و
۴۰۷ و ۵۶۳ و ۷۴۳ و ۹۰۱ و ۹۷۳ و ۱۲۳۵ و ۴۷۰۱ و ۵۲۷۸ و ۵۰۲۹
۴۶۷۸ و ۱۴۷۰۸ و ۲۳۹۱۲ و ۳۸۹۴۵ و ۷۴۲۰۳ را بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و
و در ذهن تقسیم نمائید .

مسئله ۳۹- هریک از عدد های مسئله پیش را در ذهن بر ۲۵ و ۲۵۰ و
۲۵۰۰ و در ذهن تقسیم نمائید

مسئله ۴۰- هریک از عدد های مسئله ۲۸ را بر ۵۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰ و
در ذهن قسمت کنید .

مسئله ۴۱- هر یک از عدد های مسئله ۲۸ را بر ۲ و ۲۵ و ۲۵۰ و ۲۰۲۵
و در ذهن تقسیم کنید .

مسئله ۴۲- هر یک از عدد های مسئله ۲۸ را در ذهن بر ۱۲۵ و ۲۵۰
و ۱۲۵۰ تقسیم کنید .

بخش ششم

خاصیت های عدد ها

۱ - قابلیت تقسیم

۱۱۳ - تعریف - هر گاه مانده تقسیم عدد درست بر عدد درست دیگر صفر باشد گویند عدد نخستین بر عدد دوم قبل قسمت است و یا مضربی از آن میباشد - هم چنین میتوان گفت که عدد دوم عدد نخستین را عاد مینماید

مثال - چون مانده تقسیم عدد ۲۷ بر عدد ۳ صفر میشد گوییم ۲۷ بر ۳ قبل قسمت است و ۲۷ مضربی است از ۳ و به آخر عدد ۳ عدد ۲۷ را عاد مینماید

در حساب قاعده هایی موجود است که بواسطه آن بدون انجام عمل تقسیم میتوان مانده تقسیم عددی را بر بعضی عدد ها تعیین نمود و واضح است که اگر مانده این تقسیم برابر صفر باشد عدد نخستین بر عدد دوم قبل قسمت است - پس از روی قاعده های قابلیت تقسیم میتوان دانست آیا عددی بر عدد دیگر قبل قسمت است یا نه و در صورتی که قبل قسمت نباشد مانده تقسیم را بدون انجام عمل دست آورد .

قاعده های قابلیت تقسیم عدد ها بر چند اصل استوار شده اند که آنها را با ذکر مثال توضیح میدهم

۱۱۴ - اصل ۱ - هر که چند عدد بر یک عدد پس قسمت باشند

مجموع آنها نیز بر آن عدد قابل قسمت است بعبارة دیگر هر گاه عدد مفروضی چندین عدد را عاد کند مجموع آنها را نیز عاد مینماید.

مثال - عدد های ۴۵ و ۹ و ۲۷ و ۸۱ بر ۹ قابل قسمت میباشند و چنانکه دیده میشود مجموع این عددها یعنی $۴۵ + ۹ + ۲۷ + ۸۱ = ۱۶۲$ بر ۹ قابل قسمت است $۱۶۲ = ۹ \times ۱۸$

نتیجه - اگر عددی بر عدد دیگر قابل قسمت باشد هر مضربی از عدد نخست نیز بر عدد دوم قابل قسمت است

مثال - عدد ۷۵ بر ۱۵ قابل قسمت است پس عدد $۷ \times ۷۵ = ۷۵ + ۷۵ + ۷۵ + ۷۵ + ۷۵ + ۷۵ + ۷۵ = ۵۲۵$

نیز بر ۱۵ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود $۵۲۵ = ۱۵ \times ۳۵$
۱۱۵ - اصل ۲ - اگر دو عدد بر عدد سوم قابل قسمت باشند تفاضل آن دو عدد نیز بر عدد سوم قابل قسمت است

مثال - دو عدد ۹۶ و ۶۴ بر ۱۶ قابل قسمت میباشند چنانکه دیده میشود تفاضل آنها یعنی عدد $۹۶ - ۶۴ = ۳۲$ نیز بر ۱۶ قابل قسمت است $۳۲ = ۱۶ \times ۲$

۱۱۶ - اصل ۳ - هر گاه از دو عدد مفروض یکی بر عدد سوم قابل قسمت بوده و دیگری بر آن قابل قسمت نباشد مجموع آن دو عدد نیز بر عدد سومی قابل قسمت نبوده و مانده این تقسیم برابر مانده تقسیم عدد غیر قابل قسمت است بر عدد سوم

مثال - عدد ۲۸ بر ۷ قابل قسمت است ولی عدد ۳۲ بر ۷ قابل قسمت نبوده مانده آن برابر ۴ است و چنانکه دیده میشود مجموع این دو عدد یعنی $۲۸ + ۳۲ = ۶۰$ نیز بر ۷ قابل قسمت نبوده و مانده تقسیم آن بر ۷ برابر ۴ است $۶۰ = ۷ \times ۸ + ۴$

نتیجه - اگر مجموع مانده های تقسیم چندین عدد بر عدد مقروض بر این عدد قابل قسمت باشد مجموع آن عددها نیز بر این عدد قابل قسمت است .
مثال - عددهای ۲۰ و ۳۲ و ۴۵ و ۵۶ و ۲۹ را بر ۷ قسمت میکنیم : میشود

$$۲۰ = ۷ \times ۲ + ۶, ۳۲ = ۷ \times ۴ + ۴, ۴۵ = ۷ \times ۶ + ۳, ۵۶ = ۷ \times ۸ + ۰, ۲۹ = ۷ \times ۴ + ۱$$

مانده ها بترتیب عبارتند از ۶ و ۴ و ۳ و ۰ و مجموع مانده ها یعنی $۱ + ۰ + ۳ + ۴ + ۶ = ۱۴$ بر ۷ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود مجموع $۲۰ + ۳۲ + ۴۵ + ۵۶ + ۲۹ = ۱۸۲$ بر ۷ قابل قسمت است $۱۸۲ = ۷ \times ۲۶$

۱۱۷ - اصل ۴ - اگر مانده های تقسیم دو عدد بر عدد سوم

برابر باشند تفاضل آن دو عدد نیز بر عدد سوم قابل قسمت است

مثال - مانده های تقسیم دو عدد ۲۰ و ۲۶ بر ۱۳ برابر می باشند:

$$۲۰ = ۱۳ \times ۱ + ۷ \quad ۲۶ = ۱۳ \times ۲ + ۰$$

و چنانکه دیده میشود تفاضل این دو عدد یعنی $۲۶ - ۲۰ = ۶$ بر

$$۱۳ \text{ قابل قسمت است } ۲۶ = ۱۳ \times ۲$$

۱۱۸ - اصل ۵ - هر گاه دو عدد داشته باشیم که هیچ عددی جز

یک هر دوی آنها را عدد نمائید (چنانکه بعد خواهیم دید چنین دو

عددی را نسبت بهم اول گویند) و عددی بر هر یک از این دو عدد قابل

قسمت باشد این عدد بر حاصل ضرب دو عدد مقروض نیز قابل قسمت است

مثال - دو عدد ۳۵ و ۱۲ نسبت یکدیگر اولند یعنی هیچ عددی

غیر از یک هر دو آنها را عدد نمی نماید تا بعبارت دیگر مقسوم علیه مشترکی

جز یک ندارند - حال عدد ۲۰ را در نظر بگیریم که بر هر دو عدد ۳۵

و ۱۲ قابل قسمت است

$$۸۴۰ = ۱۲ \times ۷۰$$

$$۸۴۰ = ۳۵ \times ۲۴$$

چنانکه - میبینیم عدد ۸۴۰ بر حاصل ضرب ۱۲ و ۳۵ یعنی

$$۸۴۰ = ۱۲ \times ۳۵ = ۴۲۰ \times ۲ \text{ نیز قابل قسمت است:}$$

بعلاوه دیده میشود که چون ۸۴۰ بر $۴ \times ۳ = ۱۲$ قابل قسمت

میشود بر هر يك از دو عدد ۳ و ۴ قابل قسمت است

$$۸۴۰ = ۳ \times ۲۸۰$$

$$۸۴۰ = ۴ \times ۲۱۰$$

پس میتوان این نتیجه را بدست آورد:

نتیجه - هرگاه عددی بر حاصل ضرب دو عدد دیگر قابل قسمت باشد

بهر يك از آن دو عدد قابل قسمت است.

حال با استفاده از این اصل ها قاعده هائی برای قابلیت تقسیم بر عدد

های ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ... ذکر میکنیم

۱۱۹ - قابلیت تقسیم بر ۵ و ۴ - میدانیم $۱۰ = ۲ \times ۵$ پس بموجب

اصل ۱ یا نتیجه اصل ۵ ضربهای ۱۰ بر ۲ و ۵ قابل قسمت میباشد - پس

هر عددی که پیکر یکان آن صفر باشد چون مضربی است از ۱۰ بر ۲ و بر ۵

قابل قسمت است -

مثال - عدد های ۷۰ و ۹۳۲۰ که مضربهای ۱۰ می باشند

(پیکر یکان آنها صفر است) بر ۲ و ۵ قابل قسمت میشوند

$$۷۰ = ۲ \times ۳۵ = ۵ \times ۱۴$$

$$۹۳۲۰ = ۲ \times ۴۶۶۰ = ۵ \times ۱۸۶۴$$

هر عددی را که مضربی از ۱۰ نباشد میتوان بحاصل جمع دو جزء که

یکی مضربی از ۱۰ و دیگری عددی کوچکتر از ۱۰ باشد تبدیل نمود -

مثلا عدد ۷۴۸ را میتوان چنین نوشت $۷۴۸ = ۷۴۰ + ۸$ که در آن

۷۴۰ مضربی از ۱۰ و ۸ عددی است کوچکتر از ۱۰ - چنانکه میدانیم

جزء نخست همیشه بر ۱۰ و بنا بر این بر ۲ و ۵ قابل قسمت میباشد پس

بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض بر ۲ یا ۵ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم که پیکر یکان عدد است بر دو یا ۵ قابل قسمت باشد - پس :
 قاعده - هرگاه پیکر یکان عددی بر ۲ یا ۵ قابل قسمت باشد آن عدد نیز بر ۲ یا ۵ قابل قسمت است - بین عددهای يك پیکری فقط صفر و ۵ بر ۵ قابل قسمت میباشند - پس :

قاعده - هر عددی که پیکر یکان آن صفر یا ۵ باشد بر ۵ قابل قسمت است بین عددهای يك پیکری صفر و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ بر ۲ قابل قسمت میباشند - پس :

قاعده - هر عددی که پیکر یکان آن صفر یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد بر ۲ قابل قسمت است و عدد قابل قسمت بر ۲ را زوج یا جفت خوانند -

مانده تقسیم عددی بر ۲ یا ۵ - با در نظر گرفتن قاعده قابلیت تقسیم عددها بر ۲ یا ۵ دواصل ۳ معلوم میشود که مانده تقسیم عددی بر ۲ یا ۵ عبارتست از مانده تقسیم پیکر یکان آن عدد بر ۲ یا ۵

مثال - مانده تقسیم عدد ۷۲۹ بر ۲ عبارتست از مانده تقسیم ۹ بر ۲ که برابر يك است $1 + 2 \times 364 = 729$ و مانده تقسیم عدد ۳۶۸ بر ۵ عبارتست از مانده تقسیم ۸ بر ۵ که برابر ۳ است $3 + 5 \times 73 = 368$

۱۲۰ - قابلیت تقسیم بر ۴ و ۲۵ - میدانیم $100 = 25 \times 4$ پس هر عددی که مضربی از ۱۰۰ باشد یعنی هر عددی که دو پیکر سمت راست آن صفر باشد بر ۴ و ۲۵ قابل قسمت است

مثال - عددهای ۸۳۰۰ و ۲۰۵۰۰ که مضربی از ۱۰۰ میباشند (پیکرهای یکان و دهگان آنها صفر است) بر ۴ و ۲۵ قابل قسمت میباشند :
 $1820 : 20 = 91$ و $305000 : 4 = 76250$ و $20750 : 4 = 5187$ و $83000 : 4 = 20750$
 هر عددی را که مضربی از ۱۰۰ نباشد میتوان بجای جمع مضربی

از ۱۰۰ و عددی کوچکتر از ۱۰۰ تبدیل نمود مثلاً عدد ۸۳۴۲۷ را
 میتوان چنین نوشت $۸۳۴۲۷ = ۸۳۴۰۰ + ۲۷$ که در آن ۸۳۴۰۰
 مضربی است از ۱۰۰ و ۲۷ عددی است کوچکتر از ۱۰۰ -

چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ۱۰۰ و بنابراین بر ۴ و ۲۵
 قابل قسمت میباشد پس بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض بر ۴ یا
 ۲۵ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم یعنی عددی که از دو پیکر سمت
 راست عدد مفروض تشکیل می یابد بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد -

قاعده - هرگاه عددی که از دو پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل
 می یابد بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد عدد مفروض نیز بر ۴ یا ۲۵
 قابل قسمت است

مثال - عدد ۷۶۴ بر ۴ قابل قسمت است زیرا $۷۶۴ = ۴ \times ۱۹۱$ و
 چنانکه می بینیم $۷۶۴ = ۴ \times ۱۹۱$ همچنین عدد ۷۰۶۷۵ بر ۲۵ قابل
 قسمت است زیرا $۷۰۶۷۵ = ۲۵ \times ۲۸۲۸$ و چنانکه می بینیم

$$۷۰۶۷۵ = ۲۵ \times ۲۸۲۸$$

مانده تقسیم عددی بر ۴ یا ۲۵ - با در نظر گرفتن قاعده قابلیت
 تقسیم عدد بر ۴ و ۲۵ و اصل ۳ معلوم میشود که مانده تقسیم عددی بر ۴
 یا ۲۵ عبارتست از مانده تقسیم عدد دو پیکری سمت راست آن بر ۴ یا ۲۵

مثال - مانده تقسیم عدد ۹۲۷ بر ۴ عبارتست از مانده تقسیم ۲۷
 بر ۴ که برابر ۳ میباشد $۹۲۷ = ۴ \times ۲۳۱ + ۳$ و مانده تقسیم ۶۹۲
 بر ۲۵ عبارتست از مانده تقسیم ۹۲ بر ۲۵ که برابر ۱۷ میباشد و چنانکه
 می بینیم $۶۹۲ = ۲۵ \times ۲۷ + ۱۷$

۱۳۱ - قابلیت تقسیم بر ۸ و ۱۳۵ - میدانیم $۱۰۰۰ = ۸ \times ۱۲۵$

پس هر عددی که مضربی از ۱۰۰۰ باشد یعنی سه ییکر سمت راست آن صفر باشد بر ۸ و ۱۲۵ قابل قسمت است

مثال - عدد ۲۸۳۰۰۰ بر ۸ و ۱۲۵ قابل قسمت است زیرا این عدد مضربی است از ۱۰۰۰

$$۲۸۳۰۰۰ = ۸ \times ۳۵۳۷۵ = ۱۲۵ \times ۲۲۶۴$$

هر عددی را که مضربی از ۱۰۰۰ نباشد میتوان بحاصل جمع مضربی

از ۱۰۰۰ و عددی کوچکتر از ۱۰۰۰ تبدیل نمود مثلاً عدد ۲۳۴۵۶۷

را میتوان چنین نوشت $۲۳۴۵۶۷ = ۲۲۴۰۰۰ + ۵۶۷$ که در آن

۲۳۴۰۰۰ مضربی است از هزار و ۵۶۷ عددیست کوچکتر از ۱۰۰۰

چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ۱۰۰۰ و نیز بر این بر ۸ و

۱۲۵ قابل قسمت میباشد پس بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض

بر ۸ یا ۱۲۵ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم یعنی عددی که از سه

ییکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می یابد بر ۸ و ۱۲۵ قابل قسمت باشد

قاعدۀ - هر گاه عددی که از سه ییکر سمت راست عدد مفروضی

تشکیل می یابد بر ۸ یا ۱۲۵ قابل قسمت باشد عدد مفروض نیز بر ۸ یا

۱۲۵ قابل قسمت است

مثال - عدد ۴۲۷۲۸ را بر ۸ قابل قسمت است زیرا :

$$۴۲۷۲۸ = ۸ \times ۵۳۴۱ \text{ و چنانکه می بینیم : } ۴۲۷۲۸ = ۸ \times ۵۳۴۱$$

عدد ۲۶۵۸۷۵ بر ۱۲۵ قابل قسمت زیرا : $۲۶۵۸۷۵ = ۱۲۵ \times ۲۱۲۷$

$$\text{و چنانکه می بینیم : } ۲۶۵۸۷۵ = ۱۲۵ \times ۲۱۲۷$$

ملاحظه تقسیم عددی بر ۸ و ۱۲۵ - بدر نظر گرفتن قسمة قرینیت

تقسیم عددی بر ۸ و ۱۲۵ و اصل ۳ معلوم میشود که مانند تقسیم عددی بر ۸

و ۱۲۵ عبارتست از ملاحظه تقسیم عدد سه ییکری سمت راست آن بر ۸ و ۱۲۵

مثال - مانده تقسیم ۸۴۳۷ بر ۸ عبارتست از مانده تقسیم
 $۸۴۳۷ = ۸ \times ۱۰۵۴ + ۵$ میباشد و چنانکه میبینیم
 همچنین مانده تقسیم ۳۴۲۷۸ بر ۱۲۵ عبارتست از مانده تقسیم ۲۷۸
 بر ۱۲۵ که برابر ۲۸ میباشد و چنانکه دیده میشود
 $۳۴۲۷۸ = ۱۲۵ \times ۲۷۴ + ۲۸$

۱۲۳ - قابلیت تقسیم بر ۹ و ۳ - میدانیم مانده تقسیم یک هر
 مرتبه بر ۹ برابر یک میباشد یعنی:

$۱ = ۰ \times ۹ + ۱$ $۱۰ = ۱ \times ۹ + ۱$ $۱۰۰ = ۱۱ \times ۹ + ۱$ $۱۰۰۰ = ۱۱۱ \times ۹ + ۱$
 حال اگر هر یک از این یکان را در یکی از عدد های ۳ و ۲ و ۸ و ۹
 ضرب کنیم مانده تقسیم این عددها بر ۹ بترتیب برابر ۳ و ۲ و ۸ و ۹
 خواهد بود - مثلاً:

$$۸۰ = ۸ \times ۹ + ۸ \quad ۳۰۰ = ۳۳ \times ۹ + ۳ \quad ۷۰۰۰ = ۷۷۷ \times ۹ + ۷$$

بعلاوه هر عددی را میتوان بحاصل جمع مرتبه های مختلف آن

تبدیل نمود مثلاً عدد ۷۳۲۶ را میتوان چنین نوشت:

$$۷۳۲۶ = ۷۰۰۰ + ۳۰۰ + ۲۰ + ۶$$

میدانیم مانده های تقسیم ۷۰۰۰ و ۳۰۰ و ۲۰ و ۶ بر ۹

بترتیب عبارتند از ۷ و ۳ و ۲ و ۶ و چون مجموع مانده های جزء یعنی

$$۷ + ۳ + ۲ + ۶ = ۱۸$$

عدد ۷۳۲۶ بر ۹ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود عدد های

۷ و ۳ و ۲ و ۶ عبارت از پیکر های مطلق عدد مفروض میباشند

برای قابلیت تقسیم بر ۳ نیز میتوان همین بیان را تکرار نمود

قاعدہ - هر گاه مجموع پیکر های مطلق عددی بر ۳ یا ۹ قابل

قسمت باشد آن عدد نیز بر ۳ یا ۹ قابل قسمت است نیز میتوان گفت

اگر پیکر های مطلق عددی را ۹ به ۹ یا ۳ به ۳ طرح کنیم و مانده صفر

گردد آن عدد بر ۹ یا ۳ قابل قسمت است و در غیر این صورت مانده تقسیم عدد مفروض بر ۹ یا ۳ برابر مانده تقسیم مجموع یکایک های مطابق عدد مفروض است بر ۹ یا ۳

مثال ۱ - عدد ۴۳۲۸۱۹ بر ۹ قابل قسمت است زیرا

$$۲۷ = ۹ \times ۳ \text{ قابل قسمت می باشد } ۹ + ۳ + ۲ + ۸ + ۱ + ۹ = ۲۷$$

و چنانکه می بینیم $9 \times 48091 = 432819$ همچنین عدد

۲۳۸۰۱۵۲ پر ۳ قابل قسمت زیر

بر ۳ قابل قسمت است $21 = 3 \times 7$ و چنانکه می بینیم

$$YWA \cdot 102 = WXY9WYAE$$

مثال ۳- عدد ۵۵۵ به ۹ قابیل قسمت نیست زیرا $۵ + ۵ + ۵ = ۱۵$

بر ۹ قابل قسمت نمی باشد $5 = 1 \times 9 + 5$ و مانده تقسیم عدد مغروض

بر ۹ برابر ۵ است و چنانکه میبینیم $5 \times 9 = 45$

همین ترتیب دیده میشود که عدد ۵۵ بر ۳ قابل قسمت نبوده

ہائے تقسیم آن بر ۳ بر ۲ ہر ۲ ہر ۲

۱۴۳- قابلیت تقسیم بر ۱۱ - میدانیم مانند تقسیم یک عددی

مرتبۀ های فرد یعنی مرتبۀ های نخست و سوم و پنجم و هفتم ... با

تعدادهای ۱ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ و ... بر ۱۱

برابر يك ميباشد - بعبارة ديگر اين عدد ها مضروب في ۱۱ عيباشند

معارف و دلت :

$$1.112 \cdot 10^{-1} \cdot 1.179 \cdot 10^{-1} \cdot 1.112 \cdot 10^{-1} = 1.149 \cdot 10^{-3} \dots$$

و مانند تقسیم یک‌های مرتبه‌های زوج یعنی مرتبه‌های دوم و چهارم

و ششم و ... یا عدد های ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ و ... برابر ۱۱

برابر ۱۰ یا ۱۱ میباشند - بعبارة دیگر این عدد ها ضرببهای از

۱۱ میباشند منهای يك

$$۱۰۰۰۰ - ۱۱ \times ۹۱ = ۱۰۰۰۰ - ۱۱ \times ۹۰ + ۱۰ = ۱۱ \times ۱ - ۱۰ = ۱۱ \times ۰ + ۱۰ = ۱۰$$

پس اگر هريك از واحد های دسته اول (مرتبه های فرد) را دريكي

از عدد های ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹ ضرب كنيم مانده تقسيم اين عددها

بر ۱۱ بترتيب برابر ۲ و ۳ و ... و ۸ خواهد بود - بعبارة دیگر اين

چنين عدد ها ضرببهای از ۱۱ میباشند بعلاوه ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹

بهمين ترتيب اگر هريك از يکه های دسته دوم (مرتبه های زوج)

را دريكي از عدد های ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹ ضرب كنيم عدد هائی كه

بدین ترتيب بدست میآیند ضرببهای از ۱۱ میباشند منهای ۲ و ۳ و

... و ۸ و ۹

مثال ۱ - عدد ۲۷۵۴۹۸۳ مفروض است آن را چنين مينويسيم

$$۲۷۵۴۹۸۳ = ۲۰۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰ + ۴۰۰۰ + ۹۰۰ + ۸۰ + ۳$$

چنانكه گفته شد در اين مجموع عددهای ۳ و ۹۰۰ و ۵۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰۰۰

بترتيب ضرببهای از ۱۱ میباشند باضافه ۳ و ۹ و ۵۰ (يعنی يکسر

مطلق هريك) و عدد های ۸۰ و ۴۰۰۰ و ۷۰۰۰۰۰ نیز بترتيب

ضرببهای از ۱۱ میباشند منهای ۸ و ۴ و ۷ (يعنی يکسر مطلق هريك)

بنا بر اين میتوان گفت عدد مفروض مضربي از ۱۱ میباشد باضافه

$$۱۹ = ۲ + ۵ + ۹ + ۳ \text{ و منهای } ۱۹ = ۷ + ۴ + ۸ \text{ پس چون مقدار}$$

اضافه مانده ها برابر مقدار کم بود آنها میباشد عدد مفروض مضربي است

از ۱۱ يعنی بر ۱۱ قابل قسمت است و چنانكه می بينيم

$$۲۷۵۴۹۸۳ = ۱۱ \times ۲۵۰۴۵۳$$

مثال ۲ - عدد ۱۷۵۹۳۸۲۹ مفروض است بنابر آنچه که در مثال

پیش گفته شد این عدد مضربی از ۱۱ میباشد باضافه

$$۳۳ = ۷ + ۸ + ۹ + ۹ + ۱۱ \text{ و منهای } ۱ = ۱ + ۵ + ۳ + ۲ \text{ عبارت دیگر}$$

این عدد مضربی است از ۱۱ باضافه $۲۲ = ۱۱ - ۳۳$ و چون

$$۲ = ۱۱ \times ۲۲ \text{ نیز مضربی از } ۱۱ \text{ میباشد عدد مفروض بر } ۱۱ \text{ قابل}$$

قسمت است و چنانکه دیده میشود

$$۱۷۵۹۳۸۲۹ : ۱۱ = ۱۶۰۸۵۲۹۷$$

قاعده - هرگاه فضل مجموع پیکرهای مرتبه های فرد عددی

بر مجموع پیکرهای مرتبه های زوج آن عدد صفر مضربی از ۱۱ باشد آن

عدد بر ۱۱ قابل قسمت است و در غیر اینصورت مانده تقسیم عدد مفروض

بر ۱۱ برابر مانده تقسیم این مانده است بر عدد ۱۱

تبصره - اگر مجموع پیکرهای مرتبه های زوج از مجموع پیکر

های مرتبه های فرد بزرگتر باشد تفريق ممکن نیست و باید آنقدر ۱۱

بر مجموع پیکرهای مرتبه های فرد اضافه نمود تا تفريق ممکن گردد

۱۲۴ - قابلیت تقسیم بر بعضی عدد های دیگر - با استفاده از

قاعده های قابلیت تقسیم که تا کنون گفته شده و اصل ۵ میتوان

قاعده های قابلیت تقسیم بر بعضی عدد های دیگر را بدست آورد :

قاعده - هر عددی که بر ۲ و ۳ قابل قسمت باشد بر ۶ نیز قابل

قسمت است

قاعده - هر عددی که بر ۳ و ۴ قابل قسمت باشد بر ۱۲ نیز

قابل قسمت است

قاعده - هر عددی که بر ۳ و ۵ قابل قسمت باشد بر ۱۵ نیز

قابل قسمت است

قاعده - هر عددی که بر ۲ و ۹ قابل قسمت باشد بر ۱۸ نیز قابل قسمت است

قاعده - هر عددی که بر ۲ و ۱۱ قابل قسمت باشد بر ۲۲ نیز قابل قسمت است

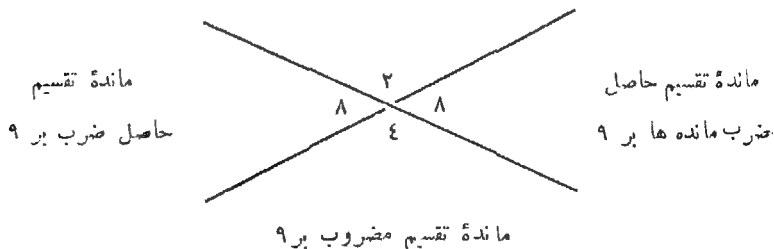
قاعده - هر عددی که بر ۳ و ۸ قابل قسمت باشد بر ۲۴ نیز قابل قسمت است

بهین ترتیب میتوان باسانی قاعده های قابلیت تقسیم را بر بعضی عدد ها که حاصل ضرب دو یا چندین عدد اول نسبت یکدیگر باشند بدست آورد و ما این قسمت را بر عهدۀ دانش آموزان میگذاریم
۱۳۵- موارد استعمال قابلیت تقسیم اعداد در امتحان ضرب و تقسیم

قاعده - برای آنکه تحقیق کنیم آیا عمل ضربی که انجام داده ایم صحیح میباشد با توجه بقاعده قابلیت تقسیم بر ۹ مانده تقسیم مضروب و مضروب فیه را بر ۹ در یکدیگر ضرب نموده مانده تقسیم این حاصل ضرب را بر ۹ بدست میآوریم حال اگر این مانده برابر مانده تقسیم حاصل ضرب منظور بر ۹ نباشد عمل ضرب حتماً صحیح انجام نگرفته مثال - میخواهیم بدانیم آیا این عمل ضرب صحیح است یا نه :

$$۴۹۵۳۱۷ \times ۳۹۲۰۸ = ۱۹۴۲۰۳۸۸۹۳۶$$

مانده ها را بر تریبی که در شکل زیر دیده میشود مینویسیم
 مانده تقسیم مضروب فیه بر ۹



اگر دوعددی که در دو خانه راست و چپ نوشته شده برابر یکدیگر

نباشند عمل ضرب درست نیست

قاعده - برای اینکه تحقیق کنیم آیا عمل تقسیمی که انجام داده ایم

صحیح است یا نه مانده های تقسیم های زیرین را بدست میآوریم :

۱ - مانده تقسیم مقسوم علیه بر ۹ - مانده تقسیم خارج قسمت بر ۹

۳ - مانده تقسیم مانده بر ۹ سپس دو مانده نخستین را در یکدیگر ضرب

و حاصل را با مانده سوم جمع میکنیم و مانده تقسیم این حاصل جمع را

بر ۹ می یابیم - اگر این مانده برابر مانده تقسیم مقسوم بر ۹ نباشد

عمل تقسیم ما درست انجام نگرفته

مثال - میخواهیم بدانیم آیا این عمل تقسیم صحیح است یا نه:

$$۴۷۶۵۸۰۲۱ : ۲۵۰۳ = ۱۹۰۵۰۱۹۰۱$$

مانده های تقسیم مقسوم علیه و خارج قسمت و مانده بر ۹ برترتیب

عبارتند از ۱ و ۵ و ۱ چون دوعدد نخستین را در یکدیگر ضرب کرده با

عدد سوم جمع کنیم چنین داریم $۱ + ۵ \times ۱ = ۶$ مانده تقسیم ۶ بر

۹ برابر ۶ است مانده تقسیم مقسوم بر ۹ نیز ۶ است - اگر این دوعدد

با یکدیگر برابر نبودند عمل ما درست نبود

تبصره - ۱ - برای این دو امتحان بجای ۹ میتوان هر عدد

دیگری را که بخواهیم مثلاً ۱۱ یا ۳ یا ... بکار برد و علت آنکه معمولاً

۹ را اختیار میکنند آنست که تعیین مانده تقسیم هر عدد بر ۹ بسیار آسانست.

تبصره ۲ - چنانکه گفتیم اگر دو مانده که در بالا آن اشاره شد

برابر نباشند عمل ضرب یا تقسیم ما حتماً درست نیست - اگر این دو

مانده برابر باشند عموماً عمل ما صحیح است ولی نمیتوان بطور قطع

بر صحت آن حکم نمود

مسئله ها

مسئله ۹۵ - بدون اجرای عمل تقسیم مانده های تقسیم هریک از عدد های زیرین:

۱۷۳	۱۹۲	۲۴۵	۲۸۶	۳۰۱	۳۴۸	۴۹۵
۵۰۷	۵۳۸	۶۴۱	۷۲۹	۸۷۰	۸۳۲	۹۲۰
۱۳۴۵	۲۷۶۳	۳۵۹۴	۴۰۸۲	۵۰۰۶	۷۲۸۳	۹۵۰۷
۱۲۸۴۳	۲۹۳۵۶	۳۸۰۲۴	۴۲۳۷۱	۵۶۷۹۲	۶۲۷۸۵	۸۳۲۴۷
۹۵۳۰۲	۵۲۸۴۸۳	۷۰۴۵۹۱	۸۳۱۰۷۹	۷۸۹۴۹۵	۹۳۵۴۰۲	۹۸۶۷۰۲

را بر ۳ و ۴ و ۵ و ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۲۵ تعیین کنید .

مسئله ۹۶ - (نمونه) عدد ۵۰۷۰۴ مفروض است - چه پیکر هائی بجای

دو صفر این عدد میتوان قرار داد تا عددی که بدین ترتیب بدست میآید بر ۴ و ۹ قابل قسمت باشد .

حل - برای آنکه عددا بر ۴ قسمت باشد باید عدد دو پیکری سمت راست آن

بر ۴ قابل قسمت باشد بنابراین این پیکر هائی که میتوان بجای صفر مرتبه دهگان این عدد قرار داد تا بر ۴ قابل قسمت باشد عبارت خواهند بود از ۲۰ و ۴۰ و ۶۰ و ۸۰ حال گوییم :

اگر برای پیکر دهگان صفر را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ۲ باشد و عدد ما عبارت خواهد بود از ۵۲۷۰۴
اگر برای پیکر دهگان ۲ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار صفر یا ۹ باشد و دو عدد ۵۰۷۲۴ بدست میآید ۵۹۷۲۴

اگر برای پیکر دهگان ۴ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار ۷ باشد و عدد ۵۷۷۴۴ بدست میآید
اگر برای پیکر دهگان ۶ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ۵ باشد و عدد ۵۵۷۶۴ بدست میآید
اگر برای پیکر دهگان ۸ را انتخاب کنیم برای آنکه ۹ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ۳ باشد و عدد ۵۳۷۸۴ بدست میآید
پس جوابهای مسئله عبارتند از : ۵۳۷۸۴ و ۵۵۷۶۴ و ۵۷۷۴۴ و ۵۹۷۲۴ و ۵۰۷۲۴ و ۵۲۷۰۴

مسئله ۹۷ - در عدد ۶۳۲۰۰ چه پیکر هائی میتوان بجای دو صفر قرارداد

تا عددی که بدست میآید بر ۴ و ۹ قابل قسمت باشد یا آنکه بر ۸ و ۹ قابل قسمت باشد

مسئله ۹۸ - در عدد ۱۰۴۰۸۲۰ بجای سه صفر میتوان قرارداد

تا عددی که بدین طریق بدست میآید بر ۹۰ قابل قسمت باشد

مسئله ۹۹ - در عدد های ۳۰۸۰۲۵۰ و ۳۲۵۰۰۴ و ۵۰۴۰۰۸۷ چه

بیکر هائی بجای صفر میتوان قرار داد تا عدد هائی که بدین ترتیب بدست میآیند

مرتباً بر (۶۰) و (۸۰۳) و (۱۱۰۹) قابل قسمت باشند تحقیق کنید جواب هائی

که برای دومین عدد بدست میآیند آیا بر ۶ نیز قابل قسمت میباشند؟

مسئله ۱۰۰ - مطلوبست تعیین عدد سه بیکری که بر (۸۰۳) (۵۰۹) (۱۱۰۶)

قابل قسمت بوده و بیکر دهکن آن ۴ باشد

مسئله ۱۰۱ - (نمونه) در موقع ضرب عدد ۶۲۷ در ۳۵۰۴ اشتباهاً صفر

عدد دوم را در عمل دخالت نداده ایم میخواهیم تحقیق کنیم که از امتحان این عمل

با قابلیت تقسیم بر ۹ غلط بودن آن معلوم نمیکردند و بدون هیچ حسابی ضرب مقدار اشتباه

را تعین کنیم

حل - اگر عدد ۶۲۷ را در ۳۵۰۴ ضرب کنیم عملی است که در اینجا

۳۵۰۰ و بار دیگر در ۴ ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کرده ایم - ولی

۶۲۸ را در ۳۵۴ ضرب کرده ایم یعنی یکبار آنرا در ۳۵۰ و بار دیگر در ۴

ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کرده ایم پس این حاصل ضرب باشد

$$۳۵۰۰ \times ۶۲۷ + ۳۵۰ \times ۱۰۱ = ۳۵۰۰ \times ۶۲۷ + ۳۵۰۰$$

مرتبه ۶۲۷ که از حاصل ضرب معلومست و چون عدد ۳۵۰۰

مضربی است از ۹ پس امتحان عمل با قاعده قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را که روی

داده ظاهر نمیشازد و باید بر حاصل ضربی که بدست آمده:

$$۱۹۷۵۵۰ = ۶۲۷ \times ۹ \times ۳۵۰۰$$

دیده میشود

$$۲۲۱۹۵۸ = ۶۲۷ \times ۳۵۰۴$$

$$۲۱۹۷۰۰۸ - ۲۲۱۹۵۸ = ۱۹۷۵۰۰$$

مسئله ۱۰۲ - بجای آنکه عدد ۴۳۷۶ را در ۷۰۰ ضرب کنیم آنرا در

۷۵ ضرب کرده ایم تحقیق کنید که امتحان این عمل بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی

را که روی داده ظاهر نمیشازد و بدون هیچ حسابی حاصل ضرب را پیدا کنید

مسئله ۱۰۳ - بجای آنکه عدد ۳۴۲۷ را در ۳۲۸ ضرب کرده آنرا در ۳۲۰۸

ضرب کرده ایم تحقیق کنید که امتحان این عمل بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی

را روی داده ظاهر نمیشازد و بدون هیچ حسابی حاصل ضرب را پیدا

مسئله ۱۰۴ - چگونه میتوان شماری جمع و تفریق را بکمک قابلیت تقسیم بر ۹

امتحان نمود؟

۲ - عددهای اول

تجزیه عدد بحاصل ضرب سازه‌های اول

۱۲۶ - تعریف - عدد درستی را اول گوئیم هرگاه جز بزرگ

و بر خودش بر عدد درست دیگر قابل قسمت نباشد مانند ۵ و ۴۳ و ۱۰۱

و در غیر این صورت عدد را غیر اول گویند مانند ۱۲ و ۹۶

تبصره ۵ - باید دانست که هر عدد غیر اولی برابر حاصل ضرب

چندین عدد اول است - بعبارة دیگر هر عدد غیر اول را میتوان بحاصل

ضرب دو یا چندین سازه اول تبدیل نمود

طراز یافتن عددهای اول - سلسله عددهای درست نامحدود و

برای یافتن عددهای اول تا جایی که مورد احتیاج باشد چنین عمل میکنیم:

فرض کنیم میخواهیم عددهای اول کوچکتر از ۱۰۰ را تعیین

کنیم - نخست این عددها را بترتیب از بزرگ تا ۱۰۰ در جدولی مینویسیم:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

چون ۱ عدد اول است از ۲ شروع میکنیم و ۲ را نیز که عدد

اول است کنار میگذاریم و زیر عددهای این جدول ۲ به ۲ خط

میکشیم - واضح است که این عددها قابل قسمت بر ۲ بوده اول نمیشوند پس باز عدد ۳ که اول است کنارگزارده در زیر عددهای جدول ۳ به ۳ خط میکشیم این عدد ها نیز مضربهای ۳ بوده اول نیستند و همین طور عمل را ادامه میدهیم .

اما چنانکه دیده میشود بعد از ۵ اولین عددی که باید حذف شود ۲۵ یعنی 5×5 است زیرا عددهای 5×2 و 5×3 و 5×4 قبلاً حذف شده اند پس برای آسانی وقتی مثلاً بعدد ۷ رسیدیم از 7×7 یعنی ۴۹ شروع نموده عددها را ۷ به ۷ حذف میکنیم - عددهای اول کوچکتر از ۱۰۰ عبارتند از بیست و شش عدد زیرین :

۱ ۲ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷
۴۱ ۴۳ ۴۷ ۵۳ ۵۹ ۶۱ ۶۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹ ۹۷

لازمست دانش آموزان همیشه این عددها را در خاطر داشته باشند
تشریح عددهای اول - برای آنکه بدانیم آیا عددی اول است یا نه آن را بترتیب بر عددهای اول تقسیم میکنیم تا موقعی که خارج قسمت از مقسوم علیه کوچکتر گردد - اگر ضمن این عمل مانده بکی از تقسیمها صفر شد عدد مفروض اول نیست و بی - اگر هیچ یک از مانده ها صفر نشد عدد مفروض اول میباشد .

مثال - میخواهیم بدانیم آیا عدد ۳۵۹ اول است یا نه - برای اینکار این عدد را بترتیب بر عددهای اول ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ و ... قسمت میکنیم - مانده هیچیک از این تقسیمها صفر نیست - بازوه خارج قسمت تقسیم ۳۵۹ بر ۱۹ برابر ۱۸ است که از ۱۹ کوچکتر میباشد - پس نتیجه دیگری که عدد ۳۵۹ اول است ۱۴۷ - تجزیه عدد غیر اول بسازهای اول - چندین روش

هر عدد غیر اول برابر حاصل ضرب چندین سازهای اول است و این سازهای

اول يك عدد غير اول را تجزیه آن عدد خوانند - بعبارة دیگر تجزیه عدد غير اول بسازه های اول آن عبارتست از تعیین عدد های اولی که چون آنها را در یکدیگر ضرب کنیم حاصل ضرب برابر عدد مفروض گردد .

مثال - میخواهیم عدد ۶۰ را که غير اول است بسازه های اول تجزیه کنیم - میبینیم که اگر عدد های اول ۳ و ۲ و ۵ و ۲ را در یکدیگر ضرب کنیم حاصل برابر ۶۰ میگردد پس $2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$

۱۴۸ - طرز تجزیه عدد بسازهای اول - مثال - میخواهیم

عدد ۶۶۳۰۰ را بسازه های اول تجزیه کنیم - طرز عمل چنین است:

۶۶۳۰۰	۲	عدد مفروض را نوشته خط قائمی در راست آن
۳۳۱۵۰	۲	میکشیم - کوچکترین عدد اولی غیر از يك که
۱۶۵۷۵	۳	عدد مفروض بر آن قابل قسمت است ۲ میباشد
۵۵۲۵	۵	پس ۲ را در راست خط قائم مقابل عدد مفروض
۱۱۰۵	۵	نوشتند خارج قسمت تقسیم این عدد را بر ۲ در
۲۲۷	۱۳	ذهن یافته زیر آن مینویسیم - اولین خارج
۱۷	۱۷	
۱		

قسمت یعنی ۳۳۱۵۰ بدست میآید - این عدد نیز بر ۲ قابل قسمت است و از تقسیم این عدد بر ۲ خارج قسمت دوم یعنی ۱۶۵۷۵ بدست میآید این عدد دیگر بر ۲ قابل قسمت نیست ولی بر ۳ قابل قسمت میباشد و از تقسیم آن بر ۳ خارج قسمت سوم یعنی ۵۵۲۵ بدست میآید کوچکترین عدد اولی که این عدد بر آن قابل قسمت است ۵ میباشد و از تقسیم این عدد بر ۵ خارج قسمت چهارم یعنی ۱۱۰۵ بدست میآید - این خارج قسمت باز بر ۵ قابل قسمت است و از تقسیم آن بر ۵ خارج قسمت پنجم یعنی ۲۲۷ بدست میآید

کوچکترین عدد اولی که این عدد بر آن قابل قسمت است ۱۳ است و چون آنرا بر ۱۳ قسمت کنیم خارج قسمت ششم یعنی ۱۷ بدست میآید و چون این عدد اول است جز بر ۱۷ بر عدد دیگری قابل قسمت نیست - پس ۱۷ آخرین سازه اول ما خواهد بود و صورت تبدیل عدد به حاصل ضرب سازه های اول چنین است :

$$۶۶۳۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۵ \times ۱۳ \times ۱۷ = ۲^2 \times ۳ \times ۵^2 \times ۱۳ \times ۱۷$$

قاعده - برای تجزیه عددی بسازه های اول آن را با کوچکترین عدد اولی که عدد مفروض را عاد می نماید قسمت میکنیم و همین عمل را در خارج قسمت تکرار کرده تا آنقدر ادامه میدهیم تا خارج قسمت ماعدد اول گردد که جز بر خودش بر عدد دیگری قابل قسمت نیست .
مثال - میخواهیم عدد های ۷۸۷۵ و ۲۴۵۵۲ را به حاصل ضرب سازه های اول تجزیه کنیم چون مطابق قاعده که گفته شد عمل کنیم چنین خواهیم داشت :

$$۷۸۷۵ = ۳^2 \times ۵^2 \times ۳۷ \quad ۲۴۵۵۲ = ۲^3 \times ۳^2 \times ۱۱ \times ۳۱$$

۱۳۹ - تحقیق قابلیت تقسیم بوسیله تجزیه - برای آنکه تحقیق کنیم آیا عددی بر عدد دیگر قابل قسمت است یا نه مقسوم و مقسوم علیه را به حاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم اگر مقسوم شامل تمام سازه های مقسوم علیه باشد یعنی اقلاً برابر تمامی سازه ها، در این عدد باشد مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت است .

مثال - میخواهیم تحقیق کنیم آیا عدد ۱۰۹۲۰ بر عدد ۸ قابل قسمت است یا نه - بدو این دو عدد را به حاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم: $۱۰۹۲۰ = ۲^3 \times ۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱۳$ و $۸ = ۲^3$
سازه های مقسوم علیه ۲ و ۳ و ۷ و تمامی این سازه ها بترتیب ۲ و ۳ و ۷ است - این سه سازه در مقسوم موجود و تمامی آنها بترتیب ۲ و ۳ و ۷

میباشد پس بنا بر آنچه گفته شد عدد ۱۰۹۲۰ بر ۸۴ قابل قسمت است چنانکه می بینیم :

$$۱۰۹۲۰ : ۸۴ = ۱۳۰$$

خارج قسمت این تقسیم برابر ۱۳۰ است و این نتیجه رامیتوان بدون اجرای عمل تقسیم بدست آورد - میدانیم

$$(\text{خارج قسمت}) \times (\text{مقسوم علیه}) = \text{مقسوم}$$

حال بینیم چه عددی را باید در $۲^۲ \times ۳ \times ۷$ ضرب نموده تا حاصل برابر $۲^۳ \times ۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱۳$ گردد - چنین داریم :

$$(۷) \times (۲) \times (۲) \times (۲) \times (۳) \times (۵) \times (۷) \times (۱۳) = (۲ \times ۲ \times ۲) \times (۳) \times (۵) \times (۷) \times (۱۳)$$

از مقایسه دو طرف این تساوی معلوم میگردد که خارج قسمت دارای يك سازه ۲ و يك سازه ۵ و يك سازه ۱۳ است یعنی برابر $۱۳۰ = ۲ \times ۵ \times ۱۳$ میباشد - بطور خلاصه خارج قسمت برابر حاصل ضرب سازه هائی است از مقسوم که در مقسوم علیه یافت نمیشود

۳ - بزرگترین عادمشترك و كوچكترین مضرب مشترك

۱۳۰ - تعریف - عاد های يك عدد عبارتند از تمام عدد هائی که

عدد مفروض بر آنها قابل قسمت است

مثال - عدد ۳۰ بر عدد های ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۳۰

قابل قسمت است پس این عدد ها عاد های ۳۰ میباشند

۱۳۱ - بزرگترین عاد مشترك دو عدد - چنانکه دیدیم هر عددی

دارای چندین عاد میباشد - ممکن است بین عادهای دو عدد يك يا چندین عاد مشترك باشند - این عدها را عادهای مشترك دو عدد مفروض خوانیم - بین عادهای مشترك دو عدد آن را که از همه بزرگتر است بزرگترین عاد مشترك

این دو عدد خوانند - بهمین طریق میتوان - بزرگترین عدد مشترك بین چندین عدد را تعریف نمود

مثال ۱ - میخواهیم بزرگترین عدد مشترك سه عدد ۶۰ و ۳۰ و ۲۰ را تعیین کنیم - میدانیم :

عدد های عدد ۶۰ عبارتند از : ۴۰ و ۲۰ و ۱۰ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱

عدد های عدد ۳۰ عبارتند از : ۳۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱

عدد های عدد ۲۰ عبارتند از : ۲۰ و ۱۰ و ۵ و ۴ و ۲ و ۱

بین این عدد ها سه عدد ۱۰ و ۵ و ۳ مشترك میباشد و بین این چهار عدد مشترك ۱۰ از همه بزرگتر است - پس ۱۰ بزرگترین عدد مشترك سه عدد ۶۰ و ۳۰ و ۲۰ میباشد

مثال ۲ - میخواهیم بزرگترین عدد مشترك عدد های ۳۰۲۰ و

۹۰۰ و ۶۹۳۰ را تعیین کنیم - بدو این سه عدد را چنانکه گفته

شد بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم چنین میشود :

$$3020 = 2^2 \times 5 \times 151 \quad 900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \quad 6930 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب سازه های مشترك عدد

مفروض با کوچکترین نمایی هر يك یعنی ۹۰ بزرگترین عدد مشترك است

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

قاعده - برای تعیین بزرگترین عدد مشترك چندین عدد نخست

آنها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم - سپس سازه های

مشترك را با کوچکترین نمایی اختیار نموده در همه ضرب میکنیم -

حاصل ضرب عبارتست از بزرگترین عدد مشترك بین عدد های مفروض

۱۳۲ - تعریف - اگر عددی بر عدد دیگری قابل قسمت باشد عدد

نخست را مضرب عدد دوم گویند

مثال - عدد های ۱۸ و ۳۶ و ۶۰ و ۱۲۶ همه بر ۶ قابل قسمت

میباشند - پس این عددها مضربهای هستند از عدد ۶

تبصره - واضح است شماره مضربهای هیچ عددی محدود نیست

زیرا چون عدد مفروض را بترتیب در هریک از عدد های سلسله نامحدود اعداد ضرب کنیم بی نهایت مضرب برای آن پیدا میشود .

۱۳۳ - مضربهای مشترک دو عدد - اگر عددی بر چند عدد

مفروض قابل قسمت باشد این عدد را مضرب مشترک آن چند عدد خوانند

مثال - عدد ۶۰۰ بر ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۳۰ قابل قسمت است پس

۶۰۰ مضرب مشترکی است از این عددها

تبصره - واضح است شماره مضربهای مشترک چندین عدد نیز

بی نهایت است زیرا چون یکی از مضربهای مشترک آنها را در سلسله نامحدود اعداد ضرب کنیم بی نهایت مضرب مشترک برای آن عددها بدست خواهد آمد

کوچکترین مضرب مشترک چند عدد - بین مضربهای مشترک

چندین عدد آن را که از همه کوچکتر است کوچکترین مضرب مشترک آن چند عدد خوانند

مثال - عدد های ۱۸۰ و ۳۶۰ و ۵۴۰ و ۷۲۰ و ... همه

بر ۱۸۰ و ۱۲۰ و ۱۵۰ قابل قسمت میباشند - ولی چون عددی کوچکتر

از ۱۸۰ نمیتوان یافت که بر سه عدد ۱۲۰ و ۱۵۰ و ۱۸۰ قابل قسمت باشد

پس ۱۸۰ عبارتست از کوچکترین مضرب مشترک سه عدد ۱۲۰ و ۱۵۰ و ۱۸۰

۱۳۴ - تعیین کوچکترین مضرب مشترک چند عدد

مثال - میخواهیم کوچکترین مضرب مشترک عدد های ۴۸ و ۱۸۰

و ۱۵۰ و ۵۶ را تعیین کنیم - بدو این عدد ها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم چنین میشود:

$$۱۵۰ \times ۲ \times ۳ = ۹۰۰ \quad ۵۶ \times ۲ \times ۳ = ۳۳۶$$

حال برای یافتن کوچکترین مضرب مشترك این عدد ها سازه های مشترك و غیره مشترك را با بزرگترین تما اختیار کرده در هم ضرب میکنیم مثلاً سازه ۲ در هر چهار عدد مشترك است و بزرگترین نمای آن ۴ است پس ۲ را اختیار میکنیم - سازه ۳ فقط در سه عدد نخستین موجود است و بزرگترین نمای آن ۲ است پس ۳ را نیز اختیار میکنیم. بهمین طریق سازه ۵ را با نمای ۵ و سازه ۷ را با نمای ۷ يك اختيار نموده این سازه ها را در هم ضرب میکنیم تا کوچکترین مضرب مشترك منظور بدست آید

$$۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷ = ۲۱۰$$

این عدد بر هر يك از چهار عدد مفروض قبل قسمت بوده و بعلاوه کوچکترین عددی است كه دارای این خاصیت میباشد - با در نظر گرفتن قاعده تقسیم قوه ها میتوان خرج قسمت آن را بر هر يك از چهار عدد مفروض بدست آورد:

$$۲۱۰ : ۲ = ۱۰۵ \quad ۲۱۰ : ۳ = ۷۰ \quad ۲۱۰ : ۵ = ۴۲ \quad ۲۱۰ : ۷ = ۳۰$$

$$۲۱۰ : ۲ \times ۳ = ۳۵ \quad ۲۱۰ : ۲ \times ۵ = ۲۱ \quad ۲۱۰ : ۲ \times ۷ = ۱۵ \quad ۲۱۰ : ۳ \times ۵ = ۱۴$$

$$۲۱۰ : ۳ \times ۷ = ۱۰ \quad ۲۱۰ : ۵ \times ۷ = ۶ \quad ۲۱۰ : ۲ \times ۳ \times ۵ = ۷$$

$$۲۱۰ : ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷ = ۱$$

قاعده - برای یافتن کوچکترین مضرب مشترك چند عدد بسواً

آنها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل نموده بعد سازه های مشترك و غیره مشترك را با بزرگترین تما اختیار نموده در هم ضرب میکنیم حاصل ضرب عبارتست از کوچکترین مضرب مشترك مطلوب.

۱۳۵. طرز یافتن بزرگترین عاد مشترك دو عدد با تقسیمات
 بیابایی - علاوه بر قاعده که در بالا برای یافتن بزرگترین عاد مشترك گفته شد
 میتوان بطریق آسانتری نیز بزرگترین عاد مشترك دو عدد را بدست آورد
 طرز عمل چنین است : عدد کوچکتر را در راست عدد بزرگتر نوشته آنها
 را با خطی قائم از هم جدا میکنیم سپس دو خط افقی تمتد بسمت راست
 در بالا و پایین آنها میکشیم بعد عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر قسمت
 کرده خارج قسمت را در بالای عدد کوچکتر و مانده را در زیر عدد بزرگتر
 مینویسیم - اگر مانده صفر نبود خطی قائم در راست عدد کوچکتر کشیده مانده
 را در راست آن نقل میکنیم و عدد کوچکتر را بر این مانده تقسیم میکنیم
 و خارج قسمت و مانده این تقسیم را چنانکه گفته شد مینویسیم -
 اگر باز هم مانده صفر نشد عمل را مانند پیش ادامه میدهم تا بمانده
 صفر برسیم - آخرین مقسوم علیه یعنی عددی که مانده تقسیم بر آن صفر
 شده عبارتست از بزرگترین عاد مشترك دو عدد مفروض

مثال - میخواهیم بزرگترین عاد مشترك دو عدد ۷۵۰ و ۵۴۰ را

با قاعده تقسیمات بیابایی بیابیم - طرز عمل چنین است :

۱	۲	۱	۱	۳	
۷۵۰	۵۴۰	۲۱۰	۱۲۰	۹۰	۳۰
۲۱۰	۱۲۰	۹۰	۳۰	۰۰	

بدین ترتیب بزرگترین عاد مشترك دو عدد مفروض ۳۰ است
 اگر بزرگترین عاد مشترك را بقاعده تجزیه بیابیم البته بهین
 نتیجه میرسیم - تجزیه دو عدد مفروض بسزدهای اول بدین صورت است :

$$۷۵۰ = ۲ \times ۳ \times ۵^3 \quad ۵۴۰ = ۲^3 \times ۳^2 \times ۵$$

بزرگترین عاد مشترك عبارتست از $۲ \times ۳ \times ۵ = ۳۰$ که همان

نتیجه سابق است.

۱۳۶ - بزرگترین عاد مشترک چندین عدد برای یافتن بزرگترین عاد مشترک چندین عدد با قاعده تقسیمهای پیاپی نخست بین دو عدد از آنها بزرگترین عاد مشترک تعیین میکنیم - بعدین عدد سوم و این عدد بزرگترین عاد مشترک تعیین مینمائیم و عمل را به همین ترتیب ادامه میدهم تا تمام عدد های مفروض بکار روند - آخرین و بزرگترین عاد عبارتست از بزرگترین عاد مشترک بین همه عدد ها .

۱۳۷ - طرز یافتن کوچکترین مضرب مشترک با تقسیمهای پیاپی برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد با قاعده تقسیمهای پیاپی بدو بزرگترین عاد مشترک بین دو عدد مفروض را تعیین نموده بعد یکی از آنها را بر این عدد تقسیم و خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب میکنیم نیز میتوان برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد حاصل ضرب آنها را بر بزرگترین عد مشترک آنها تقسیم نمود

برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک بین چندین عدد بدو کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد از آنها را تعیین و بعد کوچکترین مضرب مشترک بین این عدد و عدد سوم را بدست میآوریم و عمل را به همین طریق ادامه میدهم تا تمام عدد های مفروض بکار روند ذکر مثال بر عهده دانش آموزانست .

مسئله ها

مسئله ۱۰۵ - تعیین کنید کداميك از عدد های زیرین اول میباشند :

۷۵۱	۳۶۷۹	۹۹۷	۴۳۲۱	۳۰۵۱	۷۵۳
۸۹۳	۹۷۷	۲۰۱۱	۵۷۶۱	۷۳۴۳	۲۹۷۵
۹۱۸۷	۱۹۸۳	۲۶۷۱	۵۳۰۹	۹۰۲۱	۹۸۲۳

مسئله ۱۰۶ - عدد های اول را از يك تا ۵۰۰ تعیین کنید

مسئله ۱۰۷ - عددهای زیرین را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل کنید

۷۲۰۲	۶۷۳	۴۵۹۲	۷۳۶۴	۳۹۰۵	۸۴۰۰
۵۶۲۹۰	۱۲۶۳۲	۷۵۰۰۶	۲۹۲۳۶	۸۴۳۲۸	۳۹۴۷۶۰

مسئله ۱۰۸ - بین هر دسته از عددهای زیرین بزرگترین عادمشترك و كوچكترین

مضرب مشترك باقاعده تجزیه وقاعده تقسیمهای ریائی تعیین کرده نتیجه ها را باهم بسنجید

(۴۲۸ و ۷۶ و ۳۵۱ و ۱۲۲) و (۴ و ۱۴ و ۴۲ و ۹۱ و ۲۸) و (۷۵ و ۴۶ و ۳۵)

(۲۳۵۵ و ۳۶۰۰ و ۴۳۲۰ و ۱۳۶) و (۲۷۵ و ۷۵۲ و ۳۲۶)

(۹۸۵۴۸۰ و ۸۴۹۰۱۲ و ۹۳۲۵۶۰ و ۷۰۸۴۰)

بخش هفتم

برخه

۱۳۸ - تعریف - چنانکه در دیباچه کتاب دیدیم برای اندازه گرفتن مقداری از هر چندی یکه ای طبیعی یا اختیاری از جنس خود آن چندی انتخاب کرده مقدار مفروض را با آن یکه میسنجند - ممکن است مقدار ما درست چند برابر یکه انتخاب شده نبوده یا حالا کوچکتر از آن یکه باشد - در اینصورت یکه را به چند جزء مساوی قسمت میکنیم و جزء کوچکتر از یکه مقدار مفروض را با یکی از این اجزا میسنجیم عددی را که نتیجه این سنجش است برخه خوانیم از این تعریف معلوم میشود عدد های دهنده نیز نوعی از برخه میباشند که در آن یکه را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... جزء مساوی قسمت کرده ایم و از این جهت است که عدد های دهنده را نیز گاهی برخه دهنده خوانند

مثال ۱ - میخواهیم مدت زمان واقع بین طلوع و غروب خورشید را در تهران روز اول دیماه تعیین کنیم یکه اختیاری سنجش زمان ساعت است ولی وقتی این مدت زمان را با ساعت میسنجیم می بینیم از ۹ ساعت بیشتر و از ۱۰ ساعت کمتر است - حال یکه را که ساعت است به ۶۰ جزء مساوی تقسیم کرده هر جزء را که یکه برخه ای میباشد دقیقه میخوانیم - سپس جزء مساعده مدت منظور را با دقیقه میسنجیم و می بینیم آن جزء درست شامل ۳۸ یکه برخه ای یعنی دقیقه است - پس گوئیم مدت زمان واقع بین طلوع و غروب خورشید در تهران روز اول دی

برابر ۹ ساعت و ۳۸ قسمت از ۶۰ قسمت یکساعت است - این جزء کوچکتر از یکساعت را برخه ای از ساعت گویند

مثال ۲ - میخواهیم وزن یک هندوانه را با یک قانونی وزن یعنی یک من (۳ کیلوگرم) بسنجیم - اگر وزن هندوانه درست برابر چندمن نباشد باید من را بیک عده اجزای متساوی قسمت کرده وزن هندوانه را با این اجزاء بسنجیم - پس من را به ۴۰ جزء متساوی تقسیم کرده هر جزء را که یک برخه ای میباشد یک سیر (۷۵ گرم) مینامیم فرض کنیم وزن هندوانه ما ۳۴ برابر وزن این یک باشد گوئیم وزن هندوانه ۳۴ سیر یا ۳۴ قسمت از ۴۰ قسمت یک من میباشد - این جزء کوچکتر از یک من را برخه ای از من خوانند

۱۳۹ - برخه و عدد برخه ای - نتیجه سنجش مقدار کوچکتر از یک را با یکی از اجزای یک برخه خوانند - و نتیجه سنجش مقدار بزرگتر از یک را که شامل جزئی کوچکتر از یک نیز باشد یعنی عددی را که مرکب باشد از یک یا چندیکه درست و یک یا چندیکه برخه ای آنرا عدد برخه ای یا برخه نما خوانند

مثلاً در مثال اول ۹ ساعت و ۳۸ دقیقه عدد برخه ای و در مثال اول ۲۸ سیر برخه میباشد -

۱۴۰ - نوشتن و خواندن برخه و عددهای برخه ای - برای نوشتن برخه شماره تقسیمات یک را در پائین و شماره یکهای برخه ای را که در مقدار مفروض موجود است در بالای آن نوشته خطی افقی بین آنها میکشیم

شماره تقسیمهای یک را برخه نام و شماره یکهای برخه ای را

برخه شمار خوانند - خط افقی که بین برخه شمار و برخه ده کشیده میشود بخط برخه ای موسومست

برای نوشتن عدد برخه ای قسمت درست را نوشته در راست آن جزء برخه ای را بقسمی مینویسیم که خط برخه ای مقابل قسمت درست قرار گیرد

مثلا عددی را که نمایش وزن هنداونه در مثال دوم است یعنی ۳۴ سیر را چنین مینویسیم ($\frac{34}{10}$ من) و عددی را که نمایش مدت زمان نامبرده در مثال اول است یعنی ۹ ساعت و ۳۸ دقیقه را چنین مینویسیم $9\frac{38}{60}$ ساعت

برای خواندن برخه بدوا برخه شمار و بعد برخه ده را در پی آن خوانده و در آخر آن لفظ (ام) را میفرماییم - و برای خواندن عدد برخه ای ابتدا قسمت درست و بعد جزء برخه ای را چنانکه گفته شد میخوانیم

مثلا برخه $\frac{38}{60}$ خوانده میشود سی و چهار چهارم و عدد برخه ای $9\frac{38}{60}$ خوانده میشود نه عدد درست و سی و هشت شصتم

۱۴۱ - اقسام برخه - مثال - فرض کنیم قطعه سنگی را وزن کرده ایم و وزن آن برابر یک من و ۱۷ سیر یا $\frac{17}{60}$ من باشد - چون یک من ۶۰ سیر است وزن این سنگ $60 + 17 = 77$ سیر است - پس این وزن را که عددی است برخه ای بصورت برخه یعنی $\frac{77}{60}$ نیز میتوان نوشت - این برخه را برخه بزرگتر از یک خوانند

اگر وزن سنگ درست یک من بود میتوانستیم بگوئیم وزن آن ۶۰ سیر $\frac{60}{60}$ من است - این برخه را برخه مساوی یک خوانند و الاخره اگر وزن سنگ ۱۸ سیر بود آن را بصورت $\frac{18}{60}$ مینوشتیم - این برخه را

برخه کوچکتر از يك خوانيم - پس برخه بر سه نوع است

۱ - اگر برخه شمار بزرگتر از برخه نام است برخه بزرگتر از يك است مانند $\frac{57}{40}$

۲ - اگر برخه شمار برابر برخه نام است برخه برابر يك است مانند $\frac{40}{40}$

۳ - اگر برخه شمار کوچکتر از برخه نام است برخه کوچکتر از يك است مانند $\frac{18}{40}$

۱۴۲ - رفع - جدا کردن قسمت درست را از قسمت برخه ای در برخه بزرگتر از يك رفع گویند - پس بوسیله رفع میتوان برخه بزرگتر از يك را بصورت عدد برخه ای در آورد -

قاعده - برای رفع برخه بزرگتر از يك برخه شمار آن را بر برخه نامش قسمت میکنیم خارج قسمت این تقسیم عبارتست از قسمت درست این عدد برخه ای - برخه شمار قسمت برخه ای مانده این تقسیم و برخه نامش همان برخه نام سابق یعنی مقسوم علیه است - اگر مانده تقسیم صفر بود برخه ما برابر يك عدد درست است

مثال ۱ - میخواهیم برخه $\frac{17}{5}$ را رفع کنیم - خارج قسمت تقسیم ۱۷ بر ۵ برابر ۳ و مانده آن ۲ است - پس مطابق آنچه گفته شد چنین داریم : $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

مثال ۲ - میخواهیم برخه $\frac{42}{7}$ را رفع کنیم - خارج قسمت تقسیم ۴۲ بر ۷ برابر ۷ و مانده آن صفر است - پس بنا بر آنچه گفته شد چنین داریم : $\frac{42}{7} = 7$ و برخه ما برابر يك عدد درست است

۱۴۳ - تجنیس - داخل کردن جزء درست عدد برخه ای را در جزء برخه ای آن تجنیس خوانیم - همچنین نمایش عددی درست را بصورت برخه ای که برخه نام آن مقروض باشد نیز تجنیس نامیم

قاعده - برای تجنيس عدد برخه‌ای قسمت درست آن را در برخه

نام قسمت برخه‌ای ضرب کرده با برخه شمار جمع و حاصل را برخه شمار قرار میدهیم و برخه نام همان برخه نام سابق خواهد بود - همچنین برای آنکه عددی درست را از جنس برخه‌ای که برخه نام آن معلوم است

بنمائیم عدد درست را در برخه نام مفروض ضرب کرده حاصل ضرب را برخه شمار قرار میدهیم و برخه نام همان برخه نام مفروض خواهد بود

مثال ۱ - میخواهیم برخه $5\frac{7}{4}$ را تجنيس کنیم $5 \times 4 = 20$

حال ۴۵ را با برخه شمار جمع میکنیم می‌شود $20 + 7 = 27$ پس چنین داریم $5\frac{7}{4} = 13\frac{3}{4}$

مثال ۲ - میخواهیم عدد درست ۶ را از جنس برخه $\frac{1}{17}$ کنیم

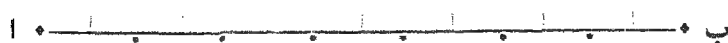
عدد ۶ را در برخه نام ضرب می‌کنیم میشود: $6 \times 17 = 102$ پس چنین داریم $6 = 102\frac{1}{17}$

۱ - خواص برخه‌ها

۱۴۴ - ضرب برخه شمار و برخه نام در يك عدد - مثل قطعه

خط ا ب مفروض است میخواهیم $\frac{3}{7}$ آنرا تعیین کنیم چنانکه میدانیم باید این قطعه خط را به ۷ جزء متساوی قسمت نموده ۳ جزء از این ۷ جزء را اختیار کنیم بدین ترتیب قطعه خط ا ب بدست خواهد آمد - چون برخه شمار و برخه نام برخه مفروض را در ۲ ضرب کنیم میشود $\frac{1}{2}$ حال $\frac{1}{2}$ همین قطعه خط را معین میکنیم

برای اینکار قطعه خط ا ب را به ۱۴ قسمت متساوی تقسیم می‌کنیم



یعنی هر يك از اجزای هفت گانه سابق را به ۲ قسمت می نمایم -
 حال باید ۶ قسمت از این ۱۴ قسمت را اختیار نموده - چنانکه میبینیم
 ۶ قسمت از ۱۴ قسمت برابر ۳ قسمت از ۷ قسمت است - پس قطعه
 خطی که درازای آن برابر $\frac{3}{4}$ قطعه خط ا ب است همان ا ث میباشد
 ۱۴۵ - اصل ۱ - هر گاه برخه شمار و برخه نام برخه ای را

در عددی ضرب نماییم در مقدار برخه تغییری حاصل نمیشود
 ۱۴۶ - تقسیم برخه شمار و برخه نام بر يك عدد - چنانکه در مثال
 پیش دیدیم برخه $\frac{3}{4}$ برابر برخه $\frac{3}{4}$ است - پس اگر برخه $\frac{3}{4}$ مفروض
 باشد با تقسیم برخه شمار و برخه نام آن بر ۲ در مقدار آن تغییری
 حاصل نمیگردد

۱۴۷ - اصل ۲ - هر گاه برخه شمار و برخه نام برخه ای را
 بر عددی قسمت نماییم در مقدار برخه تغییری حاصل نمی شود.
 ضرب برخه شمار بر برخه در يك عدد - مثال - برخه $\frac{3}{4}$ مفروض
 است میخواهیم بدانیم اگر برخه شمار این برخه را مثلاً در ۴ ضرب
 کنیم یعنی اگر برخه $\frac{12}{4}$ را در نظر گیریم در مقدار برخه $\frac{3}{4}$ چه تغییری
 حاصل میگردد - باز قطعه خطی مانند ا ب اختیار نموده انرا به ۱۷
 قسمت میکنیم و ۳ قسمت از این ۱۷ قسمت را اختیار می کنیم قطعه
 خط ا ث بدست میآید واضح است اگر بخواهیم برخه $\frac{12}{4}$ را نمایش دهیم
 باید ۱۲ قسمت از ۱۷ قسمت ا ب را اختیار نمود - بدین ترتیب قطعه
 خط ا د بدست میآید - ولی از روی شکل واضح است که درازای
 قطعه خط ا د چهار برابر درازای قطعه خط ا ث است - پس با ضرب
 برخه شمار برخه در عدد ۴ مقدار برخه چهار برابر شده



۱۴۸ - اصل ۳ - اگر برخه شمار برخه ای را در عددی ضرب

کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد

۱۴۹ - تقسیم برخه شمار برخه بر يك عدد - چنانكه دیدیم

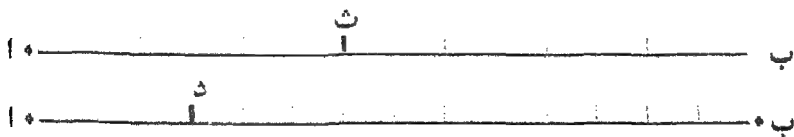
برخه $\frac{12}{17}$ چهار برابر برخه $\frac{3}{17}$ است - پس اگر برخه $\frac{12}{17}$ مفروض باشد و برخه شمار آن را بر ۴ قسمت کنیم برخه $\frac{3}{17}$ كه يك چهارم آن است بدست میآید یعنی با تقسیم برخه شمار برخه بر ۴ برخه مفروض چهار برابر کوچکتر شده

۱۵۰ - اصل ۴ - اگر برخه شمار برخه ای را بر عددی قسمت

کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۱ - ضرب برخه نام برخه در يك عدد - مثال - برخه

$\frac{3}{7}$ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر برخه ده آنرا مثلاً در عدد ۲ ضرب کنیم در مقدار برخه چه تغییری حاصل میشود - باز برای نمایش برخه $\frac{3}{7}$ قطعه خط ا ب را اختیار کرده آنرا بر ۷ قسمت مساوی تقسیم نموده ۳ قسمت از این ۷ قسمت را اختیار میمائیم - قطعه خط ا ث بدست میآید.



اگر برخه نام برخه را در ۲ ضرب کنیم برخه $\frac{3}{7}$ بدست میآید - برای نمایش آن باید قطعه خط ا ب را به ۱۴ قسمت کرده ۳ قسمت از آن را اختیار میمائیم قطعه خط ا د بدست میآید ولی واضح است هریك از این اجزای اخیر نصف هریك از اجزای هفت گانه پیش است - پس اگر ۳ قسمت از

این ۱۴ قسمت را بگیریم درازای قطعه خطی که بدست میآید نصف درازای قطعه خطی است که از ۳ قسمت تقسیمات ۷ گانه حاصل شده یعنی درازای ۱۴ نصف درازای ۱ است

۱۵۳ - اصل ۵ - هرگاه برخه نام برخه ای را در عددی ضرب کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۴ - تقسیم برخه نام برخه بر يك عدد - چنانکه دیدیم برخه $\frac{3}{4}$ نصف برخه $\frac{2}{4}$ میباشد یعنی اگر برخه $\frac{2}{4}$ مفروض باشد و برخه نام آنرا بر ۲ قسمت کنیم برخه دو برابر میگردد

۱۵۴ - اصل ۶ - اگر برخه نام برخه ای را بر عددی تقسیم کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد

۱۵۵ - اصل کلی - بطور خلاصه میتوان گفت که اگر برخه شمار برخه ای را در عددی ضرب و یا برخه نام برخه ای را بر عددی تقسیم کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد و بالعکس اگر برخه شمار برخه ای را بر عددی تقسیم و یا برخه نام برخه ای را در عددی ضرب کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۶ - ساده کردن برخه - مقصود از ساده کردن برخه عبارتست از تبدیل برخه مفروض به برخه دیگر که از حیث مقدار برابر آن ولی برخه شمار و برخه نام آن کوچکتر از برخه شمار و برخه نام برخه مفروض باشند - برای اجرای این عمل اصل ۲ را بکار میبریم یعنی برخه شمار و برخه نام برخه را بر يك عدد تقسیم مینمائیم

مثال - برخه $\frac{75}{4}$ مفروض است میخواهیم آن را ساده کنیم - چون برخه شمار و برخه نام هر دو بر عدد ۳ قابل قسمت میباشد با تقسیم برخه شمار و برخه نام بر ۳ برخه ما بصورت $\frac{25}{4}$ در میآید چنانکه دیده

میشود این برخه برابر برخه مفروض ولی برخه شمار و برخه نام آن کوچکتر از برخه شمار و برخه نام برخه مفروض هستند

۱۵۷ - ساده ترین صورت برخه - منظور از بدست آوردن

ساده ترین صورت يك برخه عبارتست از تحویل برخه مفروض برخه دیگری که از حیث مقدار برابر آن ولی بین برخه شمار و برخه آن سازه مشترکی جزیک وجود نداشته باشد یعنی برخه شمار و برخه نام آن نسبت یکندیگر اول باشند - واضح است که در این حال دیگر نمیتوان برخه شمار و برخه نام را بر عددی تقسیم نمود یعنی برخه بساده ترین صورت خود تحویل شده

مثال - دیدیم برخه $\frac{۷۵}{۴}$ را میتوان بصورت $\frac{۲۵}{۴}$ ساده کرد ولی میتوان برخه شمار و برخه نام این برخه اخیر را به ۵ تقسیم نمود برخه $\frac{۵}{۴}$ بدست میآید که باز برابر $\frac{۷۵}{۴}$ خواهد بود - ولی چون دیگر سازه مشترکی بین برخه شمار و برخه نام این برخه یعنی بین ۵ و ۴ وجود ندارد برخه $\frac{۵}{۴}$ ساده ترین صورت برخه $\frac{۷۵}{۴}$ خواهد بود

۹۵۸ - قاعده - برای تحویل يك برخه بساده ترین صورت خود برخه شمار و برخه نام آن را بی در پی بسازه های مشترکشان قسمت میکنیم تا دیگر سازه مشترکی جزیک نداشته باشند - نیز میتوان برخه شمار و برخه نام را بر بزرگترین عاده مشترکشان قسمت نمود - برخه بساده ترین صورت خود تحویل میگردد

۱۵۹ - مقایسه دو برخه با برخه نام مساوی - مثال - میخواهیم دو برخه $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۱۱}{۱۰}$ را که دارای برخه نامهای مساوی میباشد با یکدیگر مقایسه نمائیم - قطع خط ا ب را گرفته آنرا به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم مینمائیم - بکمرتبه ۷ قسمت و مرتبه دیگر ۱۱ قسمت آنرا اختیار

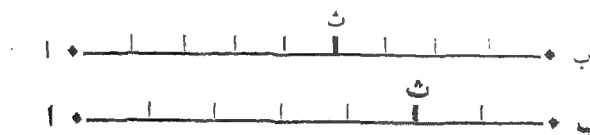


مینمائیم دو قطعه خط ا ث و ا د بدست میآیند - چنانکه دیده میشود
قطعه خط ا ث که نمایش برخه $\frac{7}{10}$ است از قطعه خط ا د که نمایش برخه
 $\frac{11}{10}$ است کوچکتر میباشد - پس :

از دو برخه که دارای برخه نامهای برابر باشند آن برخه‌ای که
برخه شمارش بزرگتر است بزرگتر میباشد

۱۶۰ - مقایسه دو برخه با بر خه شمار مساوی - مثال - می‌خواهیم

دو برخه $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{9}$ را با یکدیگر مقایسه نمائیم - دو خط ا ب و ا ب
مساوی و بموازات یکدیگر نزدیک هم رسم میکنیم - برای نمایش برخه
 $\frac{4}{5}$ قطعه خط ا ب را به ۹ قسمت کرده ۵ قسمت آنرا اختیار میکنیم
قطعه خط ا ث بدست میآید



و برای نمایش برخه $\frac{7}{9}$ قطعه خط ا ب را به ۷ قسمت مساوی
تقسیم کرده ۵ قسمت آنرا اختیار میکنیم قطعه خط ا ث بدست میآید
از روی شکل دیده میشود ا ث بزرگتر از ا ث است - از طرف دیگر
واضح است که چون هر يك از تقسیمات خط ا ب از هر يك از تقسیمات
ا ب کوچکتر است ۵ جزء از تقسیمات ا ب (یعنی ا ث) نیز کوچکتر
است از ۵ جزء از تقسیمات خط ا ب (یعنی ا ث) - پس :

از دو برخه که دارای برخه شمار های برابر باشند آن برخه‌ای
که برخه نامش بزرگتر است کوچکتر میباشد -

پس برای اینکه بتوانیم دو یا چندین برخه غیر مشخص را با هم بسنجیم باید برخه هائی مساوی این برخه ها بدست آورد که یا دارای برخه نامهای مساوی و یا دارای برخه شمارهای مساوی باشند. معمولاً در حساب برای مقایسه برخه ها و اجرای عملهای دیگر در آنها این برخه ها را برخه هائی تبدیل میکنند که دارای برخه نامهای مساوی باشند.

۱۶۱ - تجویل برخه ها بیک برخه نام - مثال - میخوانیم

برخه های $\frac{۲}{۷}$ و $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۳}{۴}$ را بیک برخه نام تحویل کنیم. بنا بر اصل ۱ اگر برخه شمار و برخه نام هر يك از این برخه ها را در عددی ضرب کنیم تغییری در آنها حاصل نمیگردد.

پس برخه شمار و برخه نام هر يك از سه برخه را در حاصل ضرب برخه نامهای برخه های دیگر ضرب میکنیم حاصل میشود:

$$\frac{۲}{۷} = \frac{۲ \times ۲۰}{۷ \times ۲۰} = \frac{۴۰}{۱۴۰} \quad \frac{۱}{۵} = \frac{۱ \times ۲۸}{۵ \times ۲۸} = \frac{۲۸}{۱۴۰} \quad \frac{۳}{۴} = \frac{۳ \times ۳۵}{۴ \times ۳۵} = \frac{۱۰۵}{۱۴۰}$$

بدین ترتیب برخه نامهای سه برخه ها برابر شده اند. پس:

۱۶۲ - قاعده - برای تحویل چندین برخه بیک برخه نام مشترك

باید برخه شمار و برخه نام هر يك از برخه ها را در حاصل ضرب برخه نامهای سایر برخه ها ضرب نمود

۱۶۳ - تجویل چندین برخه بیک چگونترین برخه نام مشترك

مثال - میخوانیم برخه های $\frac{۲}{۷}$ و $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۳}{۴}$ را به کوچکترین برخه

نام مشترك تحویل کنیم. برای این منظور بین برخه نامها کوچکترین مضرب مشترك میگیریم میشود ۲۸۰. این عدد کوچکترین برخه نام مشترك منظور است. حال مقایسه برخه $\frac{۲}{۷}$ را در نظر میگیریم اگر بجای برخه نام یعنی ۶ عدد ۲۸۰ را قرار دهیم برخه نام ۴ برابر میشود پس برای آنکه مقدار برخه تغییر ننماید باید برخه شمار را نیز در ۴ ضرب نمود.

میشود $\frac{۲}{۴}$ - بهمین ترتیب اگر در برخه $\frac{۷}{۱۲}$ بجای ۱۲ برخه نام را ۲۴ قرار دهیم که دو برابر ۱۲ است باید برخه شمار را نیز در ۲ ضرب نمود تا مقدار برخه تغییر ننماید میشود $\frac{۱۴}{۲۴}$ و بالاخره اگر در برخه $\frac{۳}{۸}$ بجای ۸ برخه نام را ۲۴ قرار دهیم که ۳ برابر ۸ است باید برخه شمار را نیز در ۳ ضرب کرد تا مقدار برخه تغییر ننماید و میشود $\frac{۹}{۲۴}$ پس:

$$\frac{۵}{۶} = \frac{۲۰}{۲۴} \quad \frac{۷}{۱۲} = \frac{۱۴}{۲۴} \quad \frac{۳}{۸} = \frac{۹}{۲۴}$$

بدین ترتیب سه برخه بدست آمده که دارای کوچکترین برخه نام

مشترك میباشد

۱۶۴ - قاعده - برای تحویل چندین برخه بکوچکترین برخه نام

مشترك بدو در صورت لزوم این برخه ها را بساده ترین صورت خود تحویل میکنیم سپس کوچکترین مضرب مشترك بین برخه نامها تعیین مینمایم - این عدد کوچکترین برخه نام مشترك مطلوبست - برای تعیین برخه شمار ها این عدد را بر هر يك از برخه نامها تقسیم نموده خارج قسمت را در برخه شمار آن برخه ضرب نموده حاصل ضرب را برخه شمار قرار

میدهیم

تبصره - اگر در مثال بالا میخواستیم برخه ها را بیک برخه نام

تحویل کنیم بنا بقاعده که گفته شد برخه نام مشترك $۵۷۶ = ۸ \times ۱۲ \times ۶$ میگردید و واضح است محاسبه در برخه هائی که برخه نامشان ۲۴ است خیلی آسانتر از محاسبه در برخه هائی است که برخه نامشان ۵۷۶ باشد

۱۶۵ - ملاحظه - هر گاه بر برخه شمار و برخه نام برخه ای

که مساوی يك نباشد يك عدد اضافه کنیم در مقدار برخه تغییر حاصل میشود - بدینطریق که اگر برخه کوچکتر از يك است مقدار آن بزرگ

میشود و اگر برخه از يك بزرگتر است مقدار آن كوچك میگردد
 مثال ۱ - برخه $\frac{3}{7}$ مفروض است بر برخه شمار و برخه نام آن ۲
 میافزائیم میشود $\frac{5}{7}$ اما میدانیم برخه $\frac{3}{7}$ بقدر $\frac{1}{7}$ از يك كوچكتر است
 و برخه $\frac{5}{7}$ بقدر $\frac{2}{7}$ از يك كوچكتر میباشد و واضح است كه چون $\frac{1}{7}$
 از $\frac{2}{7}$ بزرگتر است پس $\frac{3}{7}$ از $\frac{5}{7}$ كوچكتر میباشد یعنی با اضافه كردن
 ۲ بر برخه شمار و برخه نام برخه مفروض مقدار آن بزرگتر گشته
 زیرا يك نزدیکتر شده است

مثال ۲ - برخه $\frac{3}{7}$ مفروض است بر برخه شمار و برخه نام آن
 ۲ میافزائیم میشود $\frac{5}{7}$ - میدانیم برخه $\frac{3}{7}$ باندازه $\frac{1}{7}$ از يك بزرگتر
 است و برخه $\frac{5}{7}$ باندازه $\frac{2}{7}$ از يك بزرگتر است و چون $\frac{1}{7}$ از $\frac{2}{7}$ كوچكتر
 است پس $\frac{3}{7}$ از $\frac{5}{7}$ بزرگتر میباشد یعنی با افزودن ۲ بر برخه شمار
 و برخه نام برخه مفروض مقدار آن كوچكتر شده زیرا يك نزدیکتر گردیده
 مثال ۳ - برخه برابر يك $\frac{7}{7}$ را در نظر گیریم اگر برخه شمار
 و برخه نام آن ۲ بیفزائیم میشود $\frac{9}{7}$ كه باز برابر يك است

۱۶۶ - نتیجه - بهمین ترتیب دهنده میشود كه اگر از برخه شمار
 و برخه نام برخه كوچكتر از يك عددی تفريق كنیم برخه كوچكتر میشود
 و اگر از برخه شمار و برخه نام برخه بزرگتر از يك عددی كم كنیم
 برخه بزرگتر میگردد و بالاخره اگر از برخه شمار و برخه نام برخه
 برابر با يك عددی كم كنیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمیشود

اعمال چهارگانه در برخه ها

۱ - جمع برخه ها

۱۶۷ - **حالت‌های مختلف** - در جمع دو یا چندین برخه ممکن.

است دو حالت اتفاق افتد: ۱ - تمام برخه هائی را که می‌خواهیم با یکدیگر جمع کنیم دارای برخه نام مساوی می‌باشند ۲ - برخه هائی را که می‌خواهیم با هم جمع کنیم دارای برخه نامهای مساوی نمی‌باشند

۱۶۸ - **حالت ۱ - قاعده** - برای بدست آوردن حاصل جمع

چندین برخه که دارای يك برخه نام مشترك می‌باشند برخه نام مشترك را برخه نام و حاصل جمع برخه شمار ها را برخه شمار قرار می‌دهیم - اگر بعضی از برخه های جمع کردنی دارای جزء درست باشند آنها را نیز با هم جمع نموده جزء درست مجموع قرار می‌دهیم -

مثال - می‌خواهیم عدد های برخه ای $\frac{3}{10}$ و $\frac{2}{10}$ و $\frac{7}{10}$ و $\frac{4}{10}$

را با هم جمع کنیم - صورت عمل چنین است :

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10} + \frac{7}{10} = (3+2+4+7) \div 10 = 16 \div 10 = 1 \frac{6}{10} = 1 \frac{3}{5}$$

تبصره ۵ - همواره باید دانش آموزان را عادت داد پس از

بدست آوردن نتیجه عملهای برخه ای حاصل را بساده ترین صورت خود

تحویل نمایند

تبصره ۵ - اگر بخوایم يك یا چندین عدد درست را با چندین

برخه که دارای يك برخه نام مشترك می‌باشند جمع کنیم مجموع آنها را

بر جزء درست حاصل جمع (که ممکن است صفر باشد) اضافه می‌کنیم

۱۶۹ - **حالت ۲ - قاعده** - اگر برخه های جمع کردنی دارای يك

برخه نام مشترك نباشند بدو چنانكه گفته شد آنها را تبدیل ببرخه‌هایی
میکنیم كه دارای برخه نام مشترك (یا كوچكترین برخه نام مشترك)
باشند و سپس برخه‌های جدید را مانند حالت پیش با هم جمع میکنیم.

مثال - میخواهیم برخه‌های $۴\frac{۱}{۲}$ و $۵\frac{۱}{۳}$ و $۱۲\frac{۷}{۱۰}$ و $۲\frac{۱}{۲}$ و عدد

درست ۱۲ را با هم جمع کنیم - كوچكترین مضرب مشترك بین عدد‌های

۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۷ عبارتست از ۴۲۰ پس كوچكترین برخه نام

مشترك نیز همین عدد است و برخه‌های بالا بترتیب ببرخه‌های زیر

تبدیل میگردند: $۴\frac{۱}{۲} = ۵\frac{۱۰}{۲۰}$ و $۵\frac{۱}{۳} = ۱۱\frac{۱}{۳۰}$ و $۱۲\frac{۷}{۱۰} = ۱۲\frac{۴۲}{۴۲۰}$

$$۱۲ + ۱۲\frac{۴۲}{۴۲۰} + ۱۱\frac{۱}{۳۰} + ۵\frac{۱۰}{۲۰} = ۱۲ + ۱۲\frac{۴۲}{۴۲۰} + ۱۱\frac{۱۴}{۴۲۰} + ۵\frac{۱۰۵}{۴۲۰} = ۲۳\frac{۱۷}{۴۲}$$

$$= ۲۳\frac{۱۷}{۴۲} = ۲۳\frac{۵۹}{۱۴۰} = ۲۳\frac{۵۹}{۱۴۰} = ۲۳\frac{۵۹}{۱۴۰}$$

تصور مهم - جزو ضروری است در جمع و تفریق برخه‌ها

برخه نامها برابر باشند بهتر است همیشه پیش از اجرای آنها به حساسی

در برخه‌ها آنها را بسط ده تا به صورت خود آموخته شود.

۲ - تفریق برخه‌ها

۱۷۰ - حالت‌های مختلف - در تفریق برخه‌ای از برخه دیگر

دو حالت ممکن است اتفاق افتد ۱ - مفروق و مفروق منه هر دو دارای

برخه نام مشترك میباشند ۲ - مفروق و مفروق منه دارای برخه نامهای

مشترك نمی باشند

۱۷۱ - حالت ۱ - قاعده - برای تفریق برخه‌ای از برخه دیگر

كه دارای همین برخه نام باشد برخه نام مشترك را نوشته برخه شمار

برخه مفروق را از برخه شمار برخه مفروق منه کم نموده مانده را برخه شمار آن قرار میدهیم -

اگر مفروق و مفروق منه دارای جزء درستی نیز باشند جزء درست مفروق را نیز از جزء درست مفروق منه کم میکنیم مانده عبارت خواهد بود از جزء درست مانده تفریق منظور

مثال - میخواهیم برخه $۲\frac{۲}{۱۰}$ را از برخه $۶\frac{۷}{۱۰}$ کم کنیم - صورت عمل چنین است :

$$۶\frac{۷}{۱۰} - ۲\frac{۲}{۱۰} = (۶-۲) + \frac{۷-۲}{۱۰} = ۴\frac{۵}{۱۰} = ۴\frac{۱}{۲}$$

تبصره - اگر برخه شمار برخه مفروق منه از برخه شمار برخه مفروق کوچکتر باشد يك یا چنديكه از جزء درست مفروق منه را با قسمت برخه ای تجنیس میکنیم تا تفریق ممکن گردد

مثال - میخواهیم برخه $۳\frac{۶}{۷}$ را از برخه $۸\frac{۲}{۷}$ تفریق کنیم - چون برخه شمار برخه مفروق منه از برخه شمار برخه مفروق کوچکتر است يك يکه از ۸ يکه درست مفروق منه را با برخه $\frac{۲}{۷}$ تجنیس میکنیم میشود $۷\frac{۹}{۷}$ - سپس صورت عمل چنین است :

$$۸\frac{۲}{۷} - ۳\frac{۶}{۷} = ۷\frac{۹}{۷} - ۳\frac{۶}{۷} = ۴\frac{۳}{۷}$$

۱۷۲ - حالت ۲ - قاعده - اگر برخه نامهای مفروق و مفروق منه

مشترك نباشند بدو آنها را به برخه نام مشترك یا کوچکترین برخه نام مشترك تحویل میکنیم سپس چنانکه در بالا گفته شد عمل تفریق را

انجام میدهیم -

مثال - می‌خواهیم برخه $۲\frac{۲}{۳}$ را از برخه $۶\frac{۲}{۳}$ کم کنیم - کوچکترین مضرب مشترك برخه نام‌های این برخه ها برابر ۶۰ است اگر همان کوچکترین برخه نام مشترك خواهد بود - صورت مثل تقویق چنین است :

$$۲\frac{۲}{۳} = ۲\frac{۴۰}{۶۰} \quad ۶\frac{۲}{۳} = ۶\frac{۴۰}{۶۰} = ۶\frac{۲۰}{۳۰}$$

۳ - ضرب برخه ها

۱۷۳ - حالت‌های مختلف - در ضرب برخه ها دو حالت لازم می‌آید:

۱ - یکی از دو سازه ضرب عدد درست است ۲ - هر دو سازه ضرب برخه می‌باشد

۱۷۴ - حالت ۱ - قاعده - برای ضرب عدد درست در برخه

بنا برخه در عدد درست یعنی وقتی یکی از دو سازه ضرب عدد درست باشد بدواً آن سازه برخه ای دارای جزء درست باشد آن را بچنیس می‌کنیم سپس سازه درست را در برخه ضرب سازه برخه ای ضرب کرده حاصل ضرب را برخه شمار حاصل ضرب قرار می‌دهیم و برخه ده حاصل ضرب عبارت خواهد بود از سازه ده سازه برخه ای

مثال - می‌خواهیم عدد ۱۳ را در سده برخه ای $۳\frac{۲}{۳}$ ضرب کنیم

چون عدد ۳ را با برخه $\frac{۲}{۳}$ بچنیس می‌دهیم می‌شود $\frac{۲}{۳} = \frac{۲ \times ۷}{۳ \times ۷} = \frac{۱۴}{۲۱}$ پس این برخه را چنانکه گفته شد در ۱۳ ضرب می‌کنیم - چنین می‌شود:

$$۱۳ \times ۳\frac{۲}{۳} = ۱۳ \times \frac{۲۲}{۳} = \frac{۱۳ \times ۲۲}{۳} = \frac{۲۸۶}{۳} = ۹۵\frac{۱}{۳}$$

۱۷۵ - حالت ۱ - قاعده - برای ضرب برخه در برخه یعنی

وقتی هر دو سازه ضرب برخه ای باشند بدو اگر سازه ها دارای جزء درست باشند آنرا با جزء برخه ای تجنيس ميکنيم - سپس در برخه هائي که بدین طريق بدست آمده برخه شمار ها را در يکديگر و برخه نامها را نیز در يکديگر ضرب ميکنيم - باین ترتيب برخه شمار و برخه نام برخه حاصل ضرب بدست ميآيد -

مثال - ميخواهيم دو عدد برخه ای $3\frac{7}{20}$ و $4\frac{3}{12}$ را در هم ضرب کنيم - صورت عمل چنين است :

$$3\frac{7}{20} \times 4\frac{3}{12} = 3\frac{7}{20} \times 4\frac{1}{4} = \frac{87}{20} \times \frac{17}{4} = \frac{1479}{80} = 18\frac{39}{80}$$

۴ - تقسيم برخه ها

۱۷۶ - حالتهاي مختلف - در تقسيم برخه ها سه حالت تشخيص

داده ميشود : ۱ - تقسيم برخه بر عدد درست ۲ - تقسيم عدد درست بر برخه ۳ - تقسيم برخه بر برخه

تبصره - در هر يك از سه حالت تقسيم برخه ها اگر مقسوم يا مقسوم عليه يا هر دو دارای جزء درستي باشند لازمست بدو آنها را با جزء برخه ای تجنيس نمود.

۱۷۷ - حالت ۱ - قاعده - خارج قسمت تقسيم برخه بر عدد

درست عبارتست از برخه ای که برخه شمار آن برخه شمار برخه مقسوم و برخه نام آن حاصل ضرب برخه نام برخه مقسوم باشد در مقسوم عليه - بعبارة ساده تر برای تقسيم برخه بر عدد درست بايد عدد درست را در برخه نام برخه مفروض ضرب نمود -

اگر برخه شمار برخه مقسوم بر مقسوم عليه قابل قسمت باشد

میتوان آن برخه شمار را بر عدد درست مقرون قسمت کرد

مثال - می‌خواهیم برخه $\frac{70}{12}$ را بر ۱۵ قسمت کنیم - پس از

تجئیس مقسوم بصورت $\frac{70}{12}$ در می‌آید و صورت عمل چنین است :

$$\frac{70}{12} : 15 = \frac{70}{12 \times 15} = \frac{70}{180} = \frac{7}{18}$$

میتوان نیز برخه شمار برخه $\frac{70}{12}$ را بر ۱۵ قسمت نمود چنین

$$\frac{70}{12} : 15 = \frac{70 \times 15}{12} = \frac{7}{12}$$

خواهیم داشت :

چنانچه دیده میشود دو نتیجه یکی است

۱۷۸ - حالت ۲ - قاعده - برای تقسیم عدد درست بر برخه

بدو جای برخه شمار و برخه نام برخه مقسوم علیه را عوض نمود یعنی مقسوم علیه را معکوس $\frac{1}{x}$ می‌کنیم سپس مقسوم را در برخه ای که بدین ترتیب بدست می‌آید ضرب می‌کنیم - بعد از دیگر مقسوم را در عکس برخه مقسوم علیه ضرب می‌نمائیم -

مثال - - می‌خواهیم عدد ۲۷ را بر برخه $\frac{2}{3}$ تقسیم کنیم بدو

جزء درست مقسوم علیه را تجئیس می‌کنیم میشود :

$$\frac{27}{1} = \frac{27 \times \frac{3}{2}}{\frac{2}{2}} = \frac{81}{2}$$

سپس طبق قاعده ای که گفته شد رفتار

می‌کنیم صورت عمل چنین است :

۱) دو عدد را عکس یکدیگر گویند وقتی حاصل ضرب آنها برابر یک باشد

مثلاً دو برخه $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{2}$ عکس یکدیگر میشوند زیرا $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$

بدست آوردن عکس عددی که قبلاً یک را بر آن عدد تقسیم کنیم - برای تعیین عکس

یک برخه جای برخه شمار و برخه نام آن را عوض می‌کنیم - عکس هر عدد درست در راست

از برخه که برخه شمارش یک و برخه نامش عدد مقرون باشد - مثلاً عکس عدد $\frac{7}{12}$ برخه

$$\frac{12}{7}$$

$$۲۷ : ۲\frac{۵}{۹} = ۲۷ : \frac{۲۳}{۹} = ۲۷ \times \frac{۹}{۲۳} = \frac{۲۷ \times ۹}{۲۳} = \frac{۲۴۳}{۲۳} = ۱۰\frac{۱۳}{۲۳}$$

۱۷۹ - حالت ۳ - قاعده - برای بدست آوردن خارج قسمت
تقسیم يك برخه بر برخه ديگر برخه مقسوم را در عكس برخه مقسوم عليه
ضرب مينمائيم -

مثال - ميخواهيم عدد برخه ای $۲\frac{۳}{۸}$ را بر عدد برخه ای $۵\frac{۶}{۱۱}$
تقسيم كنيم صورت عمل چنين است :

$$۲\frac{۳}{۸} : ۵\frac{۶}{۱۱} = \frac{(۲ \times ۸) + ۳}{۸} : \frac{(۵ \times ۱۱) + ۶}{۱۱} = \frac{۱۹}{۸} : \frac{۶۱}{۱۱} = \frac{۱۹}{۸} \times \frac{۱۱}{۶۱} = \frac{۲۰۹}{۴۸۸}$$

مسئله های عملی برخه

مسئله ۱ - عمل های زیرین را انجام دهید :

$$\frac{۱۴}{۲۷} + \frac{۱۷}{۳۶} + \frac{۹}{۱۲} \quad \text{و} \quad \frac{۱۷۵}{۹۷} + ۲\frac{۴۰}{۲۳} + ۷\frac{۱۲}{۵} + ۱۸\frac{۳۶}{۷۱}$$

$$۸\frac{۱۷}{۲۶} + ۴\frac{۹}{۱۸} + ۷\frac{۴۳}{۲۹} + ۱۸ + ۱۹\frac{۲}{۳۶} \quad \text{و} \quad ۱۷\frac{۳۲}{۱۶} + ۴\frac{۱۶}{۹۱} + ۸ + ۲\frac{۹}{۱۱} + ۹ + ۲\frac{۷}{۲۷}$$

$$۱۱\frac{۴۱}{۵۱} + ۸\frac{۳}{۹} + ۴ + ۱۳\frac{۱}{۶} + ۱۷۵ + ۲\frac{۸}{۹} + ۱۲\frac{۷۲۰}{۳۶۰}$$

مسئله ۲ - عمل های زیرین را انجام دهید :

$$۳\frac{۴۵}{۳۶} - ۲\frac{۷}{۱۱} \quad \text{و} \quad ۸\frac{۳}{۷} - ۷\frac{۹}{۱۱} \quad \text{و} \quad ۱۴\frac{۳۶}{۱۲} - ۹\frac{۴}{۱۵} \quad \text{و} \quad ۹\frac{۷۱}{۱۱} - ۱۲\frac{۴}{۱۵}$$

$$۸\frac{۱۰۱}{۱۲} - ۱۳\frac{۹}{۱۱} \quad \text{و} \quad ۲۵۳\frac{۲۵۳}{۲۷} - ۹\frac{۱۷}{۴۳}$$

مسئله ۳ - عمل های زیرین را انجام دهید :

$$۱۴ \times ۷\frac{۲}{۱۶} \quad \text{و} \quad ۱۳ \times ۹\frac{۱۲}{۲۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۸} \times ۷\frac{۳}{۴} \quad \text{و} \quad \frac{۹}{۴} \times ۸\frac{۱۷}{۱۱} \quad \text{و} \quad ۷\frac{۳}{۶} \times ۹\frac{۴}{۵}$$

$$۸\frac{۱۷}{۲۱} \times ۹\frac{۹۳}{۴۱} \quad \text{و} \quad ۱\frac{۲}{۷} \times ۲\frac{۴}{۵} \times ۶ \quad \text{و} \quad ۹\frac{۲}{۱۱} \times ۷ \times ۱۸\frac{۳}{۵} \times ۲\frac{۳}{۶}$$

$$۱۴\frac{۲}{۵} \times ۷\frac{۲۵}{۳۶} \times \frac{۱۷}{۲۱} \times ۹\frac{۲}{۷} \quad \text{و} \quad ۸\frac{۳}{۱۶} \times ۴\frac{۲}{۱۳} \times ۱۸ \times ۵\frac{۲}{۸}$$

$$۷\frac{۵}{۱۲} \times ۸ \times ۳۴\frac{۲}{۶} \times ۱۹\frac{۲۱}{۷} \times ۹\frac{۲}{۱۳} \times ۱۷ \times ۷\frac{۲۵}{۴۲} \times ۳۱\frac{۱۸۲}{۴۱}$$

برخه های متعارفی و برخه های ددهی

۱۸۰ - تعریف - اگر برخه نام برخه یکی از توانهای ۱۰ مانند ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... باشد برخه را ددهی و در غیر این صورت برخه را متعارفی خوانند - واضح است چنانکه در مبحث عددهای ددهی دیدیم برخه ددهی را بصورت عدد ددهی نیز میتوان نوشت و بالعکس هر عدد ددهی را بصورت برخه ددهی نیز میتوان نوشت

مثال - برخه $۳۱٬۰۰۰^{\frac{۴۵}{۱۰۰}}$ را که برخه ایست ددهی میتوان بصورت عدد ددهی $۳۱٬۰۰۰$ نیز نوشت و بالعکس عدد های ددهی ۲۷ و $۱۶٬۷۳۱$ و ۱۰۶ و ۱۲۵ را میتوان بصورت برخه های زیرین نوشت:

$$۲۷ \text{ و } ۱۶٬۷۳۱ \text{ و } ۱۰۶ \text{ و } ۱۲۵$$

۱۸۱ - نکته مهم - برخه ای مانند $\frac{۵}{۷}$ در نظر میگیریم - علاوه بر معنایی که سابق برای این عدد تعریف نمودیم میتوان آنرا خارج قسمت تقسیم ۵ بر ۷ نیز دانست - زیرا برای تعیین خارج قسمت ۵ بر ۷ میتوانیم بموجب اصل ۱ که در تقسیم گفته شد هر يك از يکه های پنج گانه مقسوم را بر ۷ قسمت نموده خارج قسمتها را با هم جمع کنیم - چون اولین يکه را بر ۷ قسمت کنیم خارج قسمت برابر $\frac{۱}{۷}$ میگردد - اگر دومین يکه را بر ۷ قسمت کنیم خارج قسمت باز برابر $\frac{۱}{۷}$ میشود - پس خارج قسمت ۵ را بر ۷ میتوان برابر مجموع:

$$\frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۷} = \frac{۵}{۷}$$

دو عمل تصور نمود - اول آن که يك را بر ۷ قسمت متساوی تقسیم نموده ۵ جزء از آنرا اختیار کرده ایم و دوم آنکه ۵ را بر ۷ قسمت نموده ایم -

۱۸۲ - تبدیل برخه متعارفی برخه ددهی - از آنچه گفته شد چنین بر میآید که برای تبدیل برخه متعارفی برخه ددهی کافیست برخه شمار برخه متعارفی را بر برخه نام آن قسمت کنیم -
مثال - میخواهیم برخه متعارفی $\frac{۵۳}{۸۰}$ را برخه ددهی تبدیل نمائیم:
؟ صورت عمل چنین است :

$$۵۳ \quad ۸۰$$

$$۵۳۰ \quad ۰.۶۶۲۵$$

$$۵۰۰$$

$$۲۰۰$$

$$۴۰۰$$

$$۰۰۰$$

پس گوئیم:

$$(برخه ددهی) \frac{۵۳}{۸۰} = ۰.۶۶۲۵$$

و یا $\frac{۵۳}{۸۰} = ۰.۶۶۲۵$ و چون برخه نام و برخه شمار برخه $\frac{۵۳}{۸۰}$ را بر ۱۲۵ قسمت کنیم همان برخه $\frac{۵۳}{۸۰}$ بدست میآید.

۱۸۳ - حالت‌های مختلف - وقتی برای تبدیل برخه متعارفی برخه ددهی برخه شمار را بر برخه نام قسمت میکنیم دو حالت ممکن است اتفاق افتد:

۱۸۴ - حالت ۱ - بعد از چندین تقسیم مانده صفر میشود یعنی تقسیم خاتمه می‌یابد در این حالت گویند برخه متعارفی مفروض تجزیه برخه ددهی محقق شده است و یا آنکه برخه ددهی برابر برخه متعارفی مفروض میتوان بدست آورد - مثالی که در بالا گفته شد مربوط باین حالت میباشد -

۱۸۵ - حالت ۲ - چون برخه شمار برخه متعارفی را بر برخه نام آن تقسیم کنیم مانده هیچوقت صفر نمیشود - یعنی جدول تقسیم خاتمه نمی‌یابد

این امر وقتی اتفاق میافتد که پس از آنکه يك يا چند پیکر از خارج قسمت تعیین شد بمانده ای برسیم که برابر یکی از مانده های پیش باشد در این صورت واضح است که در خارج قسمت يك يا چندین پیکر بترتیب معین تکرار شده مانده هیچگاه صفر نمیگردد

مثال ۲- میخواهیم برخه متعارفی $\frac{11}{11}$ را برخه ددهی تبدیل کنیم - صورت عمل چنین است :

$$11 : 11$$

$$80 \cdot 07272 - .$$

$$30$$

$$80$$

$$30$$

$$\vdots$$

پس کوئیم :

$$(برخه ددهی) . - 07272 = \frac{11}{11} (برخه متعارفی)$$

مثال ۳ - میخواهیم برخه متعارفی $\frac{377}{11}$ را برخه ددهی تبدیل

کنیم - صورت عمل چنین است :

$$377 : 490$$

$$3770 \cdot 076161 - .$$

$$3000$$

$$800$$

$$3000$$

$$800$$

$$\vdots$$

پس کوئیم :

$$(برخه ددهی) . - 076161 = \frac{377}{490} (برخه متعارفی)$$

۱۸۶ - نتیجه - چنانچه دیده میشود در هیچیک از دو مثال بالا

برخه ددهی برابر با برخه متعارفی مفروض موجود نمیشد و در

هر دو تقسیم هر قدر عمل را ادامه دهیم مانده صفر نمیگردد

بعلاوه دیده میشود که در مثال ۱ دو بیکر ۷ و ۲ پی در پی تکرار میشوند و در مثال دوم دو بیکر ۶ و ۱ تکرار میگردد از طرف دیگر در مثال ۱ دوره گردش یعنی ۷۲، بلافاصله پس از نیز شروع میگردد این نوع برخه را برخه دهمی دوره ای ساده خوانیم - ولی در مثال دوم دوره گردش یعنی ۶۱ بلافاصله پس از ممیز شروع نمیشود - این نوع برخه را برخه دوره ای مرکب خوانند -

پس بطور خلاصه در تبدیل برخه متعارفی ببرخه دهمی سه حالت ممکن است اتفاق افتد :

- ۱ - برخه دهمی محقق $\frac{72}{11} = 6.545454...$ (برخه متعارفی)
 - ۲ - برخه دهمی دوره ای ساده $\frac{72}{11} = 6.545454...$ (برخه متعارفی)
 - ۳ - برخه دهمی دوره ای مرکب $\frac{72}{11} = 6.545454...$ (برخه متعارفی)
- ۱۸۷ - تبدیل برخه دهمی ببرخه متعارفی - بنا بر آنکه

برخه دهمی از یکی از سه نوع بالا باشد سه حالت اتفاق میافتد :

۱۸۸ - حالت ۱ - اگر بخواهیم برخه دهمی محقق یعنی برخه

دهمی که شماره بیکر های دهمی آن محدود است ببرخه متعارفی تبدیل کنیم کفایت بیکر های بعد از ممیز را برخه شمار قرار داده و برای برخه نام آن یکه ای بگذاریم که در راست آن شماره بیکر های دهمی صفر باشد - جزء بیش از ممیز قسمت درست این برخه را تشکیل خواهد داد - البته باید برخه ای را که بدین ترتیب بدست می آید، سه مرتبه در صورت خود تبدیل نمود -

مثال - میخواهیم برخه های دهمی محقق 2.73 و 3.25 را

و 8.15 را ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم - صورت عمل چنین است :

$8.15 = 8.150000$ و $3.25 = 3.250000$ و $2.73 = 2.730000$

۱۸۹ - حالت ۲ - برای تبدیل برخهٔ دهدهی دوره ای ساده
ببرخهٔ متعارفی يك دورهٔ گردش را برخه شمار قرار داده در برخه نام
بشمارهٔ پیکر های دورهٔ گردش عدد ۹ قرار میدهم و برخه هائی را که
بدین ترتیب بدست میآید در صورت امکان ساده مینمائیم - جزء پیش
از ممیز قسمت درست برخه متعارفی را تشکیل خواهد داد

مثال - میخواهیم برخه های دهدهی دوره ای ساده $۱۲۳۶۳۶۳۶...۰$
و ۷۳۴۳۳۴۳۰۰۰۰ و ۱۵۰۷۸۰۷۸۰۰۰۰ را که دوره های گردش
آنها بترتیب (۳۶) و (۳۴۳) و (۰۷۸) است ببرخه های متعارفی
تبدیل کنیم - صورت عمل چنین است :

$$۱۲۳۶۰۰ = ۱۲ \frac{۳۶}{۹۹} = ۱۲ \frac{۴}{۱۱} \text{ و } ۷۳۴۳۰۰ = ۷ \frac{۳۴۳}{۹۹۹} \text{ و } ۱۵۰۷۸۰۰۰ = ۱۵ \frac{۷۸}{۹۹۹} = ۱۵ \frac{۲۶}{۳۳۳}$$

۱۹۰ - حالت ۳ - برای تبدیل برخهٔ دهدهی دوره ای مرکب
ببرخهٔ متعارفی برخه ای بدین طریق میسازیم: برای یافتن برخه شمار
عددی مینویسیم مرکب از پیکر های غیر گردش پس از ممیز و يك دورهٔ
گردش و از این عدد يك دورهٔ غیر گردش را تفریق میکنیم - برای یافتن
برخه نام بشمارهٔ پیکر های گردش عدد ۹ در راست آنها بشمارهٔ پیکر های
غیر گردش صفر قرار میدهم

مثال - میخواهیم برخه های دهدهی دوره ای مرکب :

$۱۲۳۶۶۴۶۶۴۶...۰$ و $۴۰۵۴۲۷۷۷...۰$ و $۰۵۴۷۲۸۷۲۸...۰$
را که در آنها دوره های غیر گردش بترتیب عبارتند از (۵۴) و (۵۴۲)
و (۳۶) و دوره های گردش بترتیب عبارتند از (۷۲۸) و (۷)
و (۶۴۶) ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم - صورت عمل چنین است :

$$۰۵۴۷۲۸۷۲۸...۰ = \frac{۵۴۷۲۸ - ۵۴}{۹۹۹...} = \frac{۵۴۶۷۴}{۹۹۹...} = \frac{۲۷۳۳۷}{۴۹۹۵۰}$$

$$۴۰۵۴۲۸۷۷...۰ = ۴ \frac{۵۴۲۷ - ۵۴۲}{۹۰۰...} = ۴ \frac{۴۸۸۵}{۹۰۰...} = ۴ \frac{۹۷۷}{۱۸۰...}$$

$$۱۲۳۶۶۴۶۶۴۶...۰ = ۱۲ \frac{۳۶۶۴۶ - ۳۶}{۹۹۹...} = ۱۲ \frac{۳۶۶۱۰}{۹۹۹...}$$

مسئله های برخه های دوره ای

مسئله ۱ - برخه های متعارفی زیرین را برخه های دهمی تبدیل نمایند

۳	۱۴	۲۷	۴۵	۱۲۴	۲۹۱	۴۹۷	۷۰۲
۷	۹	۳۱	۲۷	۳۶۱	۷۲۲	۵۶۳	۹۸۱

مسئله ۲ - برخه های دهمی معقی زیرین را برخه های متعارفی تبدیل کنید

۱۵,۴۷۵ ۴۶,۳۷۸ ۵۲,۴۷۲۵۳ ۱۲,۹۳۶۷۲ ۲۷,۷۰۰۸۴۵

مسئله ۳ - برخه های دهمی دوره ای ساده زیرین را برخه های متعارفی

تبدیل کنید:

۲۲,۱۲۵۵۲۵ — ۱۳,۷۰۷۰۷۰ — ۰,۳۶۴۲۳۶۴۲ —

۲۰,۰۰۵۰۰۵ — ۳۶,۴۳۰۰۲۳۰ — ۱۲۸,۷۰۰۰۲۰۰

مسئله ۴ - برخه های دهمی دوره ای مرکب زیرین را برخه های متعارفی

تبدیل نمایند:

۱۲,۷۲۵۵۱۵۵۱ ۷,۰۰۴۲۵۲ ۱۲,۵۸۶۶۶۶۶۶۶۷

۵,۰۰۵۹۵۵۹۵ — ۰,۰۰۵۰۵۰۵۰ — ۹,۳۴۳۷۳۷۳۷۳۷۳۷ —

مسئله ها

مسئله ۱۰۹ - برخه های دهمی زیرین را برخه های متعارفی تبدیل کنید

۵۵ ۵۵
۸۸ ۸۸

مسئله ۱۱۰ - برخه های دهمی زیرین را برخه های متعارفی تبدیل کنید

آن ۱۵۵ باشد - دو عدد مضرب برین باشد اگر آن ۳ باشد از برخه های دهمی و برخه های متعارفی آن ۲۱ که گوییم برخه های دهمی را آن بدست آید

۴۲ ۴۲
۱۱۲ ۱۱۲

۸ (۸۸)

مسئله ۱۱۱ - برخه های دهمی زیرین را برخه های متعارفی تبدیل کنید

و چون ۵ از برخه های دهمی و برخه های متعارفی آن ۲۱ که گوییم برخه های دهمی را آن بدست آید (۲۱)

مسئله ۱۱۲ - برخه های دهمی زیرین را برخه های متعارفی تبدیل کنید

باشد و اگر ۳ از برخه شمار آن کم و ۳ بر برخه نامش اضافه کنیم معادل $\frac{1}{3}$ گردد
 $\left(\frac{27}{33} \right)$.

مسئله ۱۱۳ - دوعدد یابید که مجموعشان ۴۰ باشد و اگر یکی از آنها را
 بیرخه شمار و دیگری را بیرخه نام برخه $\frac{7}{13}$ اضافه کنیم مقدار برخه تغییر ننماید
 (۱۴ و ۲۶) .

مسئله ۱۱۴ - میدانیم $\frac{125}{180} = \frac{15}{36}$ است ثابت کنید برخه ای که برخه شمارش
 برابر مجموع برخه شمارها و برخه نامش برابر مجموع برخه نامها یا اینکه برخه شمارش
 برابر مانده برخه شمارها و برخه نامش برابر مانده برخه نامها باشد با این دو برخه
 برابر میباشد .

مسئله ۱۱۵ - مطلوبست تعیین برخه ای که چون ۲۱ بیرخه شمار و ۳۵
 بیرخه نامش اضافه کنیم برخه ای معادل خود آن برخه حاصل گردد در صورتیکه میدانیم
 بزرگترین مقسوم علیه مشترك برخه شمار و برخه نام ۱۹ است $\left(\frac{57}{95} \right)$

مسئله ۱۱۶ - مخزنی بوسیله ۳ لوله از بنزین پر میشود لوله اول بتنهایی مخزن
 را در ۱۲ ساعت و دومی بتنهایی آن را در ۱۶ ساعت و سومی بتنهایی آنرا در ۲۴
 ساعت پر میکنند - اگر هر ۳ لوله باز باشند مخزن در چه مدت پر میشود ؟

$$\begin{matrix} & \text{دقیقه} & \text{ساعت} \\ & ۲۰ & ۵ \end{matrix} \quad \left(\begin{matrix} ۲۰ \\ ۵ \end{matrix} \right)$$

مسئله ۱۱۷ - در انباری از چهار شیر نفت میریزد شیر اول به تنهایی انبار
 را در ۸ ساعت دومی به تنهایی آنرا در ۲۰ ساعت و سومی به تنهایی آنرا در ۲۴
 ساعت و چهارمی بتنهایی آنرا در ۳۰ ساعت پر میکنند - هر چهار شیر را باز میکنیم
 تا نصف انبار پر شود - از این موقع بعد شیر اولی فقط $\frac{2}{3}$ آنچه نفت میداد نفت میدهد
 - معین کنید انبار پس از چه مدت کاملاً پر میگردد $\left(\begin{matrix} ۲۴ \\ ۴ \end{matrix} \right)$ $\begin{matrix} \text{دقیقه} \\ \text{ساعت} \end{matrix}$

مسئله ۱۱۸ - انباری دومجرای ورود دارد و بوسیله تلمبه ای میتوان آنرا
 خالی کرد مجرای اول بتنهایی انبار را در ۱۲ ساعت و دومی بتنهایی آنرا در ۴ ساعت
 و ۲۰ دقیقه پر میکند و تلمبه نیز در ۶ ساعت آنرا خالی میکند - در موقعیکه نصف انبار
 پر است هر دو شیر و تلمبه را بکار میاندازیم - پس از چه مدت انبار پر میشود .

$$\left(\begin{array}{cc} ۲۳ & ۱۱ \\ ۳۳ & ۳ \end{array} \right)$$

مسئله ۱۱۹ - منبعی داریم دارای دومجرای ورود آب و یک مجرای خروج یکی از مجراهای ورود منبع را در ۱۶ ساعت پر میکند و مجرای خروج منبع را در ۱۲ ساعت خالی مینماید - میدانیم وقتی هر سه مجری باز باشند منبع در ۵ ساعت و $\frac{۲۸}{۳۳}$ دقیقه پر میشود میخواهیم بدانیم مجرای دیگر ورود منبع را در چه مدت پر مینماید (ساعت)

مسئله ۱۲۰ - کارمند یکی از اداره های دولتی ۸ درصد حقوق ماهه خود را برای باز نشستی و مالیات بردارند میرد از $\frac{۱۷}{۳۳}$ بقیه حقوق او به علاوه ۱۲۰ ریال هزینه اوست و بقیه را که برابر $\frac{۱۸}{۱۳۵}$ حقوقش میباشد پس انداز مینماید معافیت حقوق ماهانه و اندوخته سالیانه اش (حقوق ماهانه ۱۲۵۰ ریال - اندوخته سالیانه ۲۱۶۰ ریال)

مسئله ۱۲۱ - شخصی قطعه زمینی را از قرار هر متر مربعی ۷۰۵ ریال بفرشاد یک نفر $\frac{۲}{۳}$ آن را خرید و دیگری قسمتی دیگر از آن را که برابر $\frac{۱۱}{۸}$ قسمت اولی بود خرید و ۴۵۰۰ ریال بیش از اولی پول داد - معافیت مساحت زمین و سهم هر یک از این دو نفر (مساحت زمین ۷۲۰۰ متر مربع - سهم اولی ۱۶۰۰ متر مربع - سهم دومی ۲۲۰۰ متر مربع)

مسئله ۱۲۲ - مجموع حقوق دو آموزگار در ماه ۱۰۸۰۰ ریال است هزینه اولی $\frac{۱}{۳}$ درآمد او و هزینه دومی $\frac{۲}{۳}$ درآمدش میباشد و بقیه حقوق خود را پس انداز مینماید میخواهیم حقوق ماهانه هر یک را تعیین کنیم در صورتیکه میانهم مقدار اندوخته هر دو برابر است (اولی ۶۰۰ ریال - دومی ۴۸۰ ریال)

مسئله ۱۲۳ - سه ظرف داریم اگر اولی را پر از آب کرده در سومی بریزیم یک چهارم ظرف سومی خالی میماند - اگر اولی را پر از آب کرده دومی را از آن پر سوزیم باز $\frac{۱}{۳}$ از گنجایش ظرف اولی در این ظرف آب باقی میماند اگر دومی را پر نموده در سومی بریزیم به ۳۶ لیتر دیگر آب در ظرف سومی ریخت تا پر شود - معافیت گنجایش هر یک از این سه ظرف (اولی ۷۲ لیتر - دومی ۶۰ لیتر - سومی ۹۶ لیتر)

مسئله ۱۲۴ - یک شخص در اسی در ۱۰ ساعت ۵۴ آرد زمین را شخم میزند

ويك خيش دو گاوى در ۱۲ ساعت ۴۰ آر زمين را شخم ميزند - تعيين كنيد هريك از اين دو خيش يك هكتار زمين را در چه مدت شخم ميزند و اگر بخواهيم مزرعه‌اى را كه مساحت آن ۸ هكتار است با اين دو خيش متفقاً شخم بزنيم چند ساعت طول

دقيقه ساعت

ميكشد (اسبها در $\frac{1}{4}$ ۳۱ و ۱۸ - گاوها در ۳۰ ساعت جمعاً ۸ هكتار را در $\frac{79}{131}$ ۹۱ ساعت شخم ميزند)

مسئله ۱۳۵ - سه دسته كارگر داريم دسته اول كاري را در ۲۵ ساعت دسته دوم همان كار را در ۳۰ ساعت دسته سوم همان كار را در ۴۸ ساعت انجام ميدهند اگر $\frac{1}{3}$ كارگران دسته اول و $\frac{1}{3}$ كارگران دسته دوم و $\frac{1}{3}$ كارگران دسته سوم را انتخاب كنيم كار را در چند ساعت انجام ميدهند ($\frac{44}{127}$ ۲۸ ساعت)

مسئله ۱۳۶ - شخصي يك توپ پارچه خريد $\frac{2}{9}$ آنرا از قرار متری ۱۰ ريال فروخت و ۳۲ ريال سود برد و بقيه را از قرار متری ۹,۵ ريال فروخت و از فروش دوم ۸۴ ريال سود برد مطلوبست درازي پارچه و بهاي خريد يك متر (درازي پارچه ۷۲ متر - بهاي خريد يك متر ۸ ريال)

مسئله ۱۳۷ - دو نفر مبنی را بين خود قسمت كردند بطوريكه سهم اولی $\frac{3}{4}$ سهم دومی شد - پس از آنكه اولی باندازه $\frac{2}{9}$ آنچه داشت سهم خود افزود و دومی باندازه $\frac{1}{9}$ آنچه داشت خرج كرد اختلاف پول آنها ۱۸۰۰ ريال شد مطلوبست پول اصلي و سهم هريك (پول اصلي ۴۵۰۰ ريال سهم اولی ۲۷۰۰ ريال سهم دومی ۱۸۰۰ ريال)

مسئله ۱۳۸ - پارچه فروشی ۸۰ متر پارچه خريد - پس از شستن درازي اين پارچه باندازه $\frac{1}{3}$ كم شد - اگر هر متری را بقیمت خريد بفروشد ۲۲ ريال زیان ميبرد - ميخواهيم بدانيم هر متری را چند خریده و يك متر آنرا بچه بهائی بفروشد تا ۵۴ ريال سود ببرد

(بهاي خريد يك متر ۵,۵ ريال - بايد هر متری را ۶,۵ ريال بفروشد)

مسئله ۱۳۹ - پيراهن دوزی ۴۰ متر پارچه براي پيراهن خريد از قرار متری ۶,۵ ريال و ۵ درصد تخفيف بازرگاني گرفت - ميدانيم درازي اين پارچه پس از شسته شدن باندازه $\frac{1}{3}$ كم ميگردد و هر پيراهن ۳ متر پارچه لازم دارد و هزينه و

دستزد دوخت هر پيراهن $\frac{2}{3}$ قيمت پارچه آنست - مطلوبست : ۱ - شماره پيراهنهائي كه ميتواند بنوزد ۲ - هزينه كلی ۳ - بچه قيمت هر پيراهن تمام ميشود (شماره پيراهن ها ۱۲ - بهاي پيراهن ها ۳۴۵,۸ ريال بهاي يك پيراهن تقريباً ۲۸,۸۰ ريال)

بخش هشتم

دستگاه متری

۱۹۱. مقدمه - هر يك از ملل از آغاز تمدن خود برای اندازه گرفتن بعضی چندی های پیوسته مهم مانند درازا و روبره (سطح) و گنج (حجم) و وزن و کیل و یکه های مختلف اختیار نموده اند ولی اولاً این یکه ها در کشور های مختلف یکی نبوده و حتی در قومیتهای مختلف يك کشور نیز با یکدیگر تفاوت داشته اند ثانیاً محاسبه آنها با دستگاه ده دهی میسر نبوده زیرا اجزاء و اقسام یکه های اختیار شده ده دهی و تفرقی و تنزلی نمی نمود - کثرت ارتباط بین ملل مختلف و لزوم تسهیل داد و ستد و احتیاجات علمی بشر را بکار ایجاد يك دستگاه یکه های معمولی رساند که محاسبه با آنها با دستگاه ده دهی راجع شود برای این منظور فرانسویان در اواخر قرن هجدهم دستگاه متری را ایجاد و قبول نمودند که فعلاً در اغلب کشورهای متمدن بکار میرود حسن دیگر این دستگاه آنست که چنانکه خواهیم دید در دستگاه متری یکه های روبره (سطح) و گنج (حجم) و وزن و کیل از روی یکه درازا بدست می آید - برای اینکه یکه درازائی که اختیار شده از طرفی اختصاص بشمار معینی نداشته و بتواند تعمیم یابد و از طرف دیگر با حوادث از بین نرود آنرا با کمره زمین ارتباط و بستگی دادند بدین ترتیب که نصف النهار زمین را اندازه گرفته آنرا یکه درازا اختیار نمودند و آنرا متر نامیده اند برای تعیین متر نخست در نظر هندسی فرانسوی موسسه به مشق و دلائل

(Delambre و Mechain) قوس نصف النهار واقع میان دوشهر دونكر و بارسلن (Dunkerque و Barcelone) را از ۱۷۹۲ تا ۱۷۹۵ اندازه گرفتند ولی استعمال دستگاه متری در کشور فرانسه از ۱۸۴۰ مسیحی اجباری شد و در ۱۸۷۵ عده زیادی از کشور های متدین دستگاه متری را قبول نمودند - از آن بعد سایر ملل نیز بتدریج آنرا بکار میبرند در کشور شاهنشاهی ایران نیز بموجب قانون مصوب ۱۸ دیماه ۱۳۱۱ دستگاه متری رسماً قبول و بکار بردن آن اجباری گردیده و دستگاههای سابق ممنوع گشته است .

۱ - اندازه گرفتن درازا

۱۹۲ یکه - یکه اندازه گرفتن درازا متر است و آن فاصله بین دو خط است که در روی نمونه بین المللی متر رسم شده این درازا تقریباً برابر يك چهل میلونم نصف النهار زمین است .

۱۹۳ - اضعاف و اجزاء - اضعاف و اجزاء متر بانسبت آنها بتر

درین جدول دیده میشود :

اجزاء			متر	اضعاف		
میلیمتر	سانتیمتر	دسیمتر		دکامتر	هکتومتر	کیلومتر
$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	۱ متر	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان	صدگان	یگان هزار

۱۹۴ - خواندن و نوشتن - از روی جدول بالا چنین معلوم میشود

که اگر یک متر باشد پیکر اول بعد از همیز نمایش دسیمتر ها و پیکر دوم بعد از همیز نمایش سانتیمتر ها و پیکر سوم بعد از همیز نمایش میلیمتر هاست و همچنین پیکر پیش از همیز نمایش متر ها و پیکر پیش از آن نمایش دکامتر ها و پیکر پیش از آن نمایش هکتومتر ها و بالاخره پیکر پیش از آن که یکان هزار باشد نمایش کیلومتر هاست پس عدد ۷۲۶۳٫۴۵۲ متر چنین خوانده میشود ۷ کیلومتر و ۲ هکتومتر و ۶ دکامتر و ۳ متر و ۴ دسیمتر و ۵ سانتیمتر و ۲ میلیمتر از طرف دیگر ۸ کیلومتر و ۴ هکتومتر و ۹ دکامتر و ۳ متر و ۲ دسیمتر و ۶ سانتیمتر و ۷ میلیمتر چنین نوشته میشود ۸۲۹۳٫۲۶۷ متر البته میتوان محض سهولت این عدد را نیز چنین خواند هشت هزار و چهار صد و نود و سه متر و دوست و شصت و هفت میلیمتر .

۱۹۵ - مورد استعمال متر و اضعاف و اجزاء آن - متر معمولاً

در احتیاجات بازرگانی و ساختمانها و دکامتر در کشاورزی و مساحی و نقشه برداری و بالاخره کیلومتر در تعیین فاصله های بزرگ مانند جاده ها و راه آهن و سیمهای تلگراف و تلفن و غیره بکار میرود .

مورد استعمال اجزاء متر بیشتر در قسمتهای دقیق علمی و پیشه و

هنر (فیزیک و مکانیک و غیره) میباشد .

۱۹۶ - یکه های درازای دریائی - یکه های که بیشتر در کشتی

رانی هنوز بکار میرود میل دریائی است و آن عبارتست از درازای قوس یکدقیقه (یعنی یک شصتم درجه) از نصف النهار - درازای میل دریائی بر حسب متر تقریباً برابر است با ۱۸۵۱٫۱ متر $\approx \frac{1851.1}{1000} = 1.8511$ که تقریباً برابر ۱۸۵۲ متر میشود

برای تعیین سرعت ناوها گره دریائی بکار میرود و آن عبارتست

از درازای قوسی از نصف النهار برابر نیم ثانیه یعنی $\frac{1}{12}$ دقیقه مقدار آن
بر حسب متر برابر است با $۱۵۴۳ = \frac{۱۸۵۱۸۵}{۱۲}$ متر سرعت ناوها عبارتست
از شماره گره هائی که ناو در نیم دقیقه می پیماید پس اگر ناوی
۳۵ گره سرعت داشته باشد یعنی در نیم دقیقه زمان ۳۵ گره طی نماید
در یک ساعت ۳۵ میل دریائی خواهد پیمود.

۲- اندازه گرفتن رویه (سطح)

۱۹۷- یکه - یکه اندازه گرفتن رویه متر مربع است و آن عبارتست از
مربعی که پهلوی (ضلع) آن یکمتر باشد.

۱۹۸- اضعاف و اجزاء - در سنجیدن رویه باید ملتفت باشیم
که هر یکه صد برابر یکه زیر دست و یک صدم یکه بالا دست است مثلاً
یک متر مربع صد دسیمتر مربع و یک صدم دکامتر مربع است اگر مربعی که
هر پهلوش مثلاً یک دسیمتر و بنا براین رویه آن یک دسیمتر مربع باشد
اختیار نموده و یکه را سانتیمتر قرار دهیم درازای هر پهلوی آن مربع
ده سانتیمتر خواهد بود و چنانکه در هندسه خوانده ایم وسعت این مربع
همانطور که از شکل نیز واضح میشود ۱۰×۱۰ یعنی ۱۰۰ سانتیمتر
مربع خواهد بود.

نامهای اضعاف و اجزای متر مربع بانسبت آنها بمرع درین
جدول دیده میشود - دکامتر مربع را که برابر صد متر مربع است آرنیز
گویند و در کشاورزی برای مساحت زمینها بکار میرود هکتومتر مربع
را که برابر ده هزار متر مربع یا صد آر است هکتار نیز گویند و در تعیین
مساحت زمینهای زراعتی بکار میبرند و بالاخره کیلومتر مربع در تعیین
وسعت قطعه هائی از کشور یا مساحت کشور بکار میرود مثلاً میدانیم که:

[illegible]

10-22-51

[illegible]

مساحت کشور شاهنشاهی ایران برابر

۱،۶۴۵،۰۰۰ کیلومتر مربع میباشد

۱۹۹- نوشتن و خواندن - چون اجزاء و اضعاف متر مربع صد

بصد تنزل و ترقی مینمایند یعنی هر یک صد برابر کوچکتر از یک مرتبه بالا تر و صد برابر بزرگتر از یک مرتبه پائین تر است درموقع نوشتن هر یک ای با دو پیکر نمایش داده میشود مثلاً اگر یک متر مربع باشد چنانکه از روی جدول بالا برمیاید دو پیکر اول و دوم پس از نیز. نمایش دسیمتر های مربع و دو پیکر سوم و چهارم نمایش سانتیمیر ها و دو پیکر پنجم و ششم نمایش میلیمتر های مربع است - بهمین طریق دو پیکر یکان و دهگان نمایش متر های مربع و دو پیکر صد گان و یکان هزار نمایش دکامتر های مربع و میباشد .

مثلاً - چهارده متر مربع و سی و هفت دسیمتر مربع و ۸ سانتیمتر

مربع را بحسب متر مربع چنین مینویسند ۳۷۰۸ ر ۱۴ متر مربع همچنین

عدد ۳۷۰۸ ر ۱۴ متر مربع خوانده میشود ۳۷ متر مربع و ۱۴

دسیمتر مربع و ۲۶ سانتیمتر مربع و ۸ میلیمتر مربع - و عدد ۱۴۵۶۰۷۳

متر مربع چنین خوانده میشود : يك ميليون و چهارصد و پنجاه و شش

هزار و هفتاد و سه متر مربع یا چهار هزار و پانصد و شصت آر و هفتاد

و سه متر مربع یا صد و چهل و پنج هکتار و شش هزار و هفتاد و سه

متر مربع و یا بالاخره يك كيلومتر مربع و ۴۵ هکتومتر مربع و ۶۰

دکامتر مربع و ۷۳ متر مربع

اندازه گرفتن گنج

۴۰۰ - یکه - یکه اندازه گرفتن گنج متر مکعب است و آن عبارتست از مکعبی که یال آن یکمتر باشد -

۴۰۱ - اجزاء - نامهای اجزاء متر مکعب و نسبت آنها به متر

مکعب در جدول زیر دیده میشود :

متر مکعب	اجزاء		
	دسی متر مکعب	سانتی متر مکعب	میلی متر مکعب
۱ متر مکعب	۰/۰۰۱ متر مکعب	۰/۰۰۰۰۰۱ متر مکعب	۰/۰۰۰۰۰۰۰۱ متر مکعب
یکان	دهم	ده هزاره	ده میلیون
	صدم	صد هزاره	صد میلیون
	هزاره	میلیون	میلیارده

۴۰۴ اضافی - اضافی متر مکعب مورد استعمال ندارند .

۴۰۴ - خواندن و نوشتن - چون نظیر آنچه که درباره متر مربع

در شماره ۱۹۸ گفتیم درباره متر مکعب بنظر آوریم شده میشود که هر یک هزار برابر یکه زیر دست است و چنانکه از این جدول بر می آید برای نمایش هر یک از اجزای متر مکعب سه بیکر لازم است یعنی اگر یک متر مکعب باشد سه بیکر پس از شمار نمایش دسی متر هشتاد و سه بیکر پس از آن نمایش سانتی متر هشتاد و سه بیکر پس از آن (هفتم و هشتم و نهم) نمایش میلی متر هشتاد و سه بیکر خواهد بود -

مثال - عدد ۴۸۰۲۷۳۶۰۴۸ متر مکعب - چنین خوانده میشود: ۲۲ متر مکعب و چهار صد و دو دسیمتر مکعب و ۷۳۶ سانتیمتر مکعب و ۴۸ میلیمتر مکعب.

۴ - اندازه گرفتن وزن

۲۰۴ - یکه - یکه اندازه گرفتن وزن کیلوگرم است و آن عبارتست از وزن استوانه ای از طلای سفید که در دفتر بین المللی اوزان و مقادیر ضبط میباشد - و وزن یک دسیمتر مکعب آب نیز تقریباً یک کیلوگرم است.

۲۰۵ - اضعاف کیلوگرم - از اضعاف کیلوگرم فقط تن که برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است در کشور ایران مورد استعمال دارد

۲۰۶ - گرم - گرم عبارتست از یک هزارم کیلوگرم که تقریباً وزن یک سانتیمتر مکعب آب مقطر چهار درجه حرارت باشد - در اندازه گیریهای دقیق علمی و فنی گرم و اجزاء آن بکار میرود.

۲۰۷ - اجزاء گرم - اجزاء گرم عبارتند از دسیگرم که برابر با یکدهم گرم و سانتیگرم که برابر است با یکصد گرم و بالاخره میلیگرم برابر است با یک هزارم گرم.

۲۰۸ - مورد استعمال - همیشه تن برای اجناس سنگین وزن بازرگانی و کیلوگرم در داد و ستد های عادی و گرم و اجزاء آن چنانکه گفته شد در اندازه گیریهای دقیق علمی و فنی بکار میرود. خواندن و نوشتن - اگر یک گرم باشد یک دهم نمایش دسیگرم و یکصد نمایش سانتیگرم و یک هزارم نمایش میلی گرم است.

من و خروار و سیر - در کشور ایران من قانونی برابر با ۳ کیلوگرم است و ۱۰۰ من یا ۳۰۰ کیلوگرم را يك خروار خوانند هر من ۴۰ سیر است بنابر این سیر قانونی برابر ۷۵ گرم میباشد .

۵ - اندازه گرفتن کیل

در بعضی کشورها معمول است که مایعات و بعضی حیوانات را به وزن یا اندازه گنج خرید و فروش میکنند درینمورد يكه خاصی برای اندازه گنج که درینمورد کیل نامیده میشود اختیار شده است ۴۰۹ - يكه - - يكه کیل لیتر است و آن گنجایش ظرفی است که گنج درونی آن يك دسیمتر مکعب باشد .

۴۱۰ - اضعاف و اجزاء - اضعاف لیتر عبارتند از دکلتر (۱۰ لیتر) و هکتولتر (۱۰۰ لیتر) بجای کیلو لیتر که برابر با ۱۰۰۰ لیتر است متر مکعب بکار میرود - اجزاء لیتر عبارتند از دسی لیتر که برابر یکدهم لیتر است و سنتی لیتر که برابر یکصدم لیتر است و بجای میلی لیتر که برابر يك هزارم لیتر است سنتیمتر مکعب بکار میرود .

۴۱۱ - بستگی وزن با کیل - چنانکه گفتیم هر کیلوگرم تقریباً برابر است با وزن يك دسیمتر مکعب آب مقطر چهار درجه حرارت و لیتر هم گنج يك دسیمتر مکعب میباشد پس میتوان گفت که کیلوگرم برابر است با وزن يك لیتر آب مقطر چهار درجه حرارت و واضح است که وزن يك لیتر از جسم دیگر غیر از آب يك کیلوگرم نخواهد بود مثلاً وزن يك لیتر شیر گاو خالص برابر ۱۰۳۰ کیلوگرم و يك لیتر نخل خالص ۰۲۹۲ کیلوگرم وزن دارد .

۶ - اندازه گرفتن زمان

۲۱۲ - يک - يکۀ زمان شبانه روز است و آن عبارتست از مدت زمان بين دو ظهر (نیم روز) یا دو نیم شب پی در پی .

۲۱۳ - ساعت - شبانه روز را به ۲۴ قسمت متساوی قسمت کرده هر يك را ساعت خوانند .

اجزاءء ساعت - اجزاءء ساعت يك دقیقه است که برابر ۶۰ ساعت و ثانیه است که برابر با ۶۰ دقیقه یا ۳۶۰۰ ساعت باشد پس در شبانه روز ۸۶۴۰۰ ثانیه وجود دارد - اجزاءء کوچکتر از ثانیه را با اعشار ثانیه اندازه میگیرند - در اندازه گیریهای علمی ثانیه يکۀ زمان است .

۲۱۴ - سال - سال خورشیدی عبارتست از مدت زمانی که لازم است تا زمین یکدور کامل دور خورشید بگردد بعبارت دیگر سال خورشیدی عبارتست از مدت زمانی که زمین در آن یکدور حرکت انتقالی خود را انجام دهد همانطور که میدانیم سال خورشیدی دارای :

ثانیه	دقیقه	ساعت	روز
۴۶	۴۸	۵	۳۶۵ یا تقریباً ۳۶۵ روز

و ۶ ساعت است

سال به چهار فصل : بهار - تابستان - پاییز - زمستان و ۱۲

ماه : فروردین - اردیبهشت - خرداد - تیر - مرداد - شهریور - مهر - آبان - آذر - دی - بهمن - اسفند قسمت میشود -

مبدء سال در کشور ایران روز اول فروردین یا نوروز است شش ماه اول هر يك ۳۱ روز و از ۶ ماه دوم پنج ماه اول هر يك

۳۰ روز دارند و ماه اسفند معمولا ۲۹ روز است ولی چون هر چهار سال یکبار اضافه مدت سال بر ۳۶۵ روز قریب يك روز میگردد بکروز باسند ماه اضافه میکنند و اسفند ۳۰ روز میشود این نوع سال را سال کیسه خوانند .

۷ - يکۀ پول

۴۱۵ - ريال - يکۀ پول در کشور شهنشاهی ایران ريال است و ارزش آن معادل با ۰.۰۷۳۲۲۳۸۲ گرم زر پوره است -

۴۱۶ - اضعاف و اجزاء - اضعاف ريال عبارتست از پهلوی که برابر با ۱۰۰ ريال است - اجزاء ريال عبارتست از دینار که برابر با ۱۰۰ دینار میباشد

۴۱۷ - پولهای رایج - پولهای رایج در ایران سکههای ۵ دیناری و ۱۰ دیناری و ۵۰ دیناری است که جنس آن مفرق آلومینیوم میباشد و فقط بانک ملی ایران حق چاپ اسکناس را دارد و اسکناسها در کشور ایران عبارتند از : اسکناس ۵ ریالی و ۱۰ ریالی و ۲۰ ریالی و ۵۰ ریالی و ۱۰۰ ریالی و ۵۰۰ ریالی و ۱۰۰۰ ریالی .

بخش نهم

نسبت و تناسب

۴۱۸ - تعریف نسبت - شماره و اندازه دفعاتی که مقداری در مقدار دیگر از يك چندی میگنجد و یا بطور کلی خارج قسمت دو عدد را نسبت آن دو مقدار یا دو عدد خوانند و هر يك از این دو مقدار یا دو عدد را دو جملهٔ نسبت نامند - و آنرا بصورت برخه نمایش میدهند
مثال - دو قطعه خط داریم یکی a ب بدرازی ۱۲ سانتیمتر و دیگری c د بدرازی ۳ سانتیمتر - نسبت درازای قطعه خط a ب را بدرازی قطعه خط c د نسبت درازاهای این دو قطعه خط خوانند و آنرا چنین نمایش میدهند $\frac{a}{c} = \frac{۱۲}{۳}$ اما چون $a = ۱۲$ و $c = ۳$ پس میتوان نوشت $\frac{۱۲}{۳} = ۴$ یعنی درازای قطعه خط a ب چهار برابر قطعه خط c د است -

همچنین نسبت دو عدد ۱۳ و ۷ عبارتست از برخهٔ $\frac{۱۳}{۷}$

۴۱۹ - نتیجه مهم - از این جا معلوم میگردد که نسبت دو مقدار هم جنس یا دو عدد مطلق عددی است مطلق .

۴۲۰ - خواص نسبتها - کلیهٔ خواصی را که برای برخه ها گفتیم نسبتها نیز دارا میباشند.

۴۲۱ - تعریف تناسب - دو یا چندین نسبت متساوی تشکیل

يك تناسب میدهند

مثال - اگر درازای خط a پنج برابر درازای قطعه خط b باشد

و درازای قطعه خط c نیز پنج برابر درازای قطعه خط d باشد واضح است که $\frac{a}{b} = 5$ و $\frac{a}{d} = 5$ و از مقایسه این دو نسبت متساوی تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 5$ بدست میآید که آن را نیز میتوان چنین نوشت $a : b = c : d$ و تناسب را چنین میخوانیم : نسبت a به b برابر است با نسبت c به d

۲۴۲ - دو کراه و دو میان - چنانکه گفتم تناسب از برابری دو یا چندین نسبت تشکیل می یابد - ساده ترین صورت تناسب که از دو نسبت برابر ساخته میشود دارای چهار جزء است که آنها را جمله های تناسب خوانند - جمله های نخست و چهارم را که دو طرف واقع شده اند دو کراه تناسب و جمله های دوم و سوم را که در وسط قرار گرفته اند دو میان تناسب خوانند مثلاً در مثال پیش یعنی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ در $a : b = c : d$ دو جمله a و d را دو کراه و دو جمله b و c را دو میان تناسب خوانیم

۲۴۳ - خاصیت اصلی تناسب - در هر تناسب حاصل ضرب دو کراه برابر است با حاصل دو میان - یعنی اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد چنین داریم $ad = bc$

مثال - در تناسب $\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$ میخوانیم بدون تجزیه این ضرب تحقیق کنیم که حاصل ضرب دو کراه یعنی $8 \times 10 = 80$ برابر حاصل حاصل ضرب دو میان یعنی $12 \times 15 = 180$ میباشد - برای اثبات دو برخه $\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$ را بیست و نه مشترک جدول میزنیم چنین خواص داشت:

$$\frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5} \quad \frac{8}{10} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$$

اما چون $\frac{4}{5} = \frac{4}{5}$ پس چنین داریم: $\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$

این دو برخه برابر دارای برخه انفرادی برابرند پس حتماً برخه

شمار های آنها برابر میباشد یعنی $۹ \times ۲۰ = ۱۵ \times ۱۲$

۴۲۴ - صورتهای مختلف يك تناسب - فرض كنیم $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

باشد از خاصیت اصلی تناسب که در بالا گفته شد میتوان استفاده نموده با چهار جمله (a, b, c, d) هفت تناسب دیگر نوشت که با تناسب

مفروض هشت تناسب میشود

$$\begin{aligned} (۱) \frac{a}{b} &= \frac{c}{d} & (۲) \frac{a}{c} &= \frac{b}{d} & (۳) \frac{d}{b} &= \frac{c}{a} & (۴) \frac{d}{c} &= \frac{b}{a} \\ (۵) \frac{c}{d} &= \frac{a}{b} & (۶) \frac{b}{d} &= \frac{a}{c} & (۷) \frac{c}{a} &= \frac{d}{b} & (۸) \frac{b}{a} &= \frac{d}{c} \end{aligned}$$

برای بدست آوردن صورتهای ۲ و ۳ و ۴ از صورت ۱ بترتیب مکان دو میان یا کرانه یا هر دو را تغییر میدهیم و برای یافتن صورتهای دیگر جای دو طرف تساوی را در چهار صورت اول تغییر میدهیم - چنانکه دیده میشود اگر در هر يك از صورت های هشت گانه خاصیت اصلی تناسب را بنویسیم بیک نتیجه میرسیم که عبارتست از تساوی $ab = cd$.
۴۲۵ - ترکیب نسبت - تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ مفروض است برطرفین

آن يك میافزائیم چنین میشود :

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ یا } \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{d} + \frac{d}{d} \text{ یا } \frac{a}{b} + ۱ = \frac{c}{d} + ۱$$

۴۲۶ - نتیجه - در هر تناسب نسبت مجموع دو جمله اول و دوم بجمله

دوم برابر است با نسبت مجموع دو جمله سوم و چهارم بجمله چهارم - این عمل را ترکیب نسبت خوانند .

۴۲۷ - تفضیل نسبت - از طرفین تناسب مفروض $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يك

کم میکنیم چنین خواهیم داشت :

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ یا } \frac{a}{b} - \frac{b}{b} = \frac{c}{d} - \frac{d}{d} \text{ یا } \frac{a}{b} - ۱ = \frac{c}{d} - ۱$$

۴۲۸ - نتیجه - در هر تناسب نسبت مانده دو جمله اول و دوم

بجمله دوم برابر است با نسبت مانده دو جمله سوم و چهارم بجمله چهارم

و این عمل را تفضیل نسبت نامند - در این عمل اگر a از b کوچکتر باشد c نیز از d کوچکتر بوده و آنوقت باید تفضیل نسبت را در صورت هشتم یعنی $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ اجرا نمود .

تبصره - ترکیب و تفضیل نسبت را در صورتهای هفتگانه دیگر تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ نیز میتوان انجام داده صورتهای تازه ای بدست آورد .
۲۲۹ - مورد استعمال - اگر دو یا چند نسبت برابر داشته باشیم نسبت حاصل جمع برخه شمارهها بحاصل جمع برخه نامها برابر هریک از نسبتها میباشد .

فرض کنیم $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد چنانکه دیدیم این نسبت را میتوان بصورت $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ نوشت اگر در این تناسب اخیر ترکیب نسبت کنیم بصورت $\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d}$ در میآید و چون در این تناسب جای دو میان را عوض کنیم چنین خواهیم داشت $\frac{c}{a+c} = \frac{d}{b+d}$ پس $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{c}{a+c} = \frac{d}{b+d}$
 تحقیق در چگونگی این خاصیت وقتی بیش از دو نسبت برابر داشته باشیم بر عده دانش آموزانست .

۲۳۰ - نتیجه مهم - اگر در تناسبی یکی از چهار جمله مجهول و سه جمله دیگر معلوم باشند میتوان از خاصیت اصلی تناسب استفاده نموده جمله مجهول را که معمولاً بحرف x نمایش داده میشود بدست آورد
مثال - میخواهیم جمله مجهول x را در تناسب $\frac{12}{x} = \frac{10}{8}$ بدست آوریم بموجب خاصیت اصلی تناسب مبدلیم حاصل ضرب دو کمانه برابر حاصل ضرب دو میان است یعنی $12 \times 10 = 8 \times x$ یعنی هشت برابر جمله مجهول برابر 12×10 میباشد پس جمله مجهول برابر

$$x = \frac{12 \times 10}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

۲۳۱ - قاعده - اگر یکی از دو میان تناسبی مجهول باشد برای

بدست آوردن آن کافیت حاصل ضرب دو کرانه را بر میان معلوم قسمت کرد - و اگر یکی از دو کرانه تناسبی مجهول باشد برای بدست آوردن آن کافیت حاصل ضرب دو میان را بر کرانه معلوم قسمت نمود .

۲۳۲ واسطه هندسی - هرگاه در تناسبی دو میان برابر باشند مانند

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ گویند که b واسطه هندسی است بین a و c و آنرا چنین نیز مینویسند $a^2 = b \times c$ - بعبارة دیگر هرگاه توان دوم عددی برابر حاصل ضرب دو عدد دیگر باشد گوئیم این عدد واسطه هندسی بین آن دو عدد میباشد .

مثال - عدد ۶ واسطه هندسی است بین ۴ و ۹ زیرا $6^2 = 4 \times 9$
پس $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

۲۳۳ - واسطه عددی - هرگاه عددی برابر نصف مجموع دو عدد دیگر باشد آن را واسطه عددی بین آن دو عدد خوانند
مثلاً اگر $b = \frac{a+c}{2}$ و یا $b = a + c$ باشد b واسطه عددی است بین دو عدد a و c

مثال - عدد ۷ واسطه عددی است بین ۴ و ۱۰ زیرا $7 = \frac{4+10}{2}$

آنرا نیز میتوان چنین نوشت $7 - 4 = 10 - 7$

تناسب مستقیم و تناسب معکوس

مثال - ۱ سیمی از آهن داریم که یک متر آن ۲۵ گرم وزن دارد

مسئله است دو متر آن $2 \times 25 = 50$ گرم وزن خواهد داشت و سه متر آن $3 \times 25 = 75$ گرم

آن ۷۵ گرم وزن دارد - پس اگر دو قطعه از این سیم اختیار

کنیم که درازای یکی از آنها مثلاً ۷ برابر درازای دیگری باشد وزن آن نیز ۷ برابر وزن دیگری خواهد بود - عبارة دیگر اگر درازای سیم مثلاً ۷ برابر گردد وزن آن نیز ۷ برابر میشود یعنی نسبت درازای دو قطعه سیم برابر نسبت وزن آنها خواهد بود :

$$\frac{\text{وزن قطعه سیم اول}}{\text{وزن قطعه سیم دوم}} = \frac{\text{درازای قطعه سیم اول}}{\text{درازای قطعه سیم دوم}}$$

این تناسب را بصورت زیرین میتوان نوشت :

$$\text{وزن یکمتر از سیم} = \frac{\text{وزن قطعه سیم اول}}{\text{درازای قطعه سیم اول}} = \frac{\text{وزن قطعه سیم دوم}}{\text{درازای قطعه سیم دوم}}$$

چنانکه در این مثال دیده میشود نسبت وزن هر قطعه سیم به درازای آن برابر نسبت وزن قطعه دیگری از این سیم به درازای آن میباشد یعنی بین وزن قطعه از سیم و درازای آن تناسبی وجود دارد و چون با زیاد شدن وزن سیم درازای آن زیادتر میشود و بالعکس با کم شدن وزن درازای آن کم میگردد این تناسب را مستقیم خوانند.

۳۳۴ - تناسب مستقیم - گوئیم دو چندی مستقیماً متناسب میباشد

هرگاه اولی ۲ یا ۳ یا ۴ ... برابر گردد درمی یابیم ۲ یا ۳ یا ۴ ... برابر شود یا اگر چندی اول ۲ یا ۳ یا ۴ ... برابر کوچکتر شود چندی دوم نیز ۲ یا ۳ یا ۴ ... برابر کوچکتر گردد.

مثال ۲ - فاصله بین دو شهر است که در کنار راه آهن قرار گرفته اند.

برابر ۳۶۰ کیلومتر میباشد - تا اگر تریلی با سرعتی ۹۰ کیلومتر در ساعت حرکت کند این فاصله را در ۴ = ۳۶۰ ساعت طی مینماید - اگر راهی ای داشته باشیم که در ساعت ۶ کیلومتر به پیماید این فاصله را در ۶۰ = ۳۶۰ ساعت خواهد پیمود - معلوم میشود هر قدر وسیله نقلیه تندتر حرکت کند مسافت معینی را در مدت کمتری طی مینماید - چون راهی را که تریلی در یک ساعت طی مینماید که عبارتست از چندی آن و برابر

۹۰ کیلومتر میباشد پانزده برابر راهی است که ارا به در یک ساعت میپیماید که عبارتست از تندی ارا به و برابر ۶ کیلومتر میباشد پس مدتی را که ارا به در راه خواهد بود پانزده برابر مدتی است که ترن در راه میباشد بعبارة دیگر اگر تندی وسیله نقلیه پانزده برابر بزرگتر گردد مدتی را که این وسیله برای پیمودن راه معینی لازم دارد پانزده مرتبه کوچکتر میشود یا $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ و یا

$$\frac{\text{مدتی که ارا به در راه بوده}}{\text{مدتی که ترن در راه بوده}} = \frac{\text{تندی ترن}}{\text{تندی ارا به}}$$

$$\frac{\text{مدتی که ارا به در راه است}}{\text{تندی ارا به}} = \frac{\text{تندی ترن}}{\text{مدتی که ترن در راه است}}$$

و یا

چنانکه در این مثال دیده میشود نسبت تندی يك متحرك بمدتی که این متحرك راه معینی را میپیماید برابر است بانسبت مدتی که متحرك دیگر همین راه را میپیماید به تندی آن - بعبارة دیگر نسبت تندی متحرك اول بمدتی که در راه است برابر عکس نسبت تندی متحرك دوم است بمدتی که در راه میباشد - یعنی بین تندی يك متحرك و مدتی که این متحرك راه معینی را میپیماید تناسبی وجود دارد و چون باز یاد شدن تندی مدت کم میگردد این تناسب را معکوس خوانند -

۴۴۵ - تناسب معکوس - گوئیم دو چندی معکوساً متناسب

میباشند هرگاه اولی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر بزرگ گردد دومی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر کوچکتر شود و بالعکس اگر اولی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر کوچکتر گردد دومی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر بزرگتر شود

تناسب ساده

۲۴۶ - تعریف - اگر دو چندی متغیر داشته باشیم که مستقیماً

یا معکوساً متناسب باشند و دو مقدار از چندی اول و مقدار نظیر یکی از این دو مقدار از چندی دوم در دست باشند مقصود از حل این تناسب ساده بدست آوردن مقداری از چندی دوم است که نظیر مقدار دیگر از چندی اول باشد -

مثال ۱ - شخصی فاصله دو دهستان را که ۱۸ کیلو متر است

در ۳ ساعت می پیماید میخواهیم بدانیم همین شخص فاصله دو دهستان دیگر را که ۲۷ کیلو متر است در چه مدت طی خواهد نمود - چنانکه دیده میشود در این مثال ما دو چندی متغیر داریم یکی زمان و دیگری مسافت پیموده شده در این زمان - واضح است که این دو چندی مستقیماً متناسب میباشد زیرا اگر مدتی را که شخص در راه است ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر کنیم مسافتی که در این مدت پیموده ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر میگردد -

از چندی اول که مسافت است دو مقدار یکی ۱۸ کیلو متر

و دیگری ۲۷ کیلو متر معلوم میباشد و از چندی دوم فقط ۳ ساعت که نظیر ۱۸ کیلو متر است در دست میباشد منظور ما تعیین مقداری از زمان است که متنظیر با ۲۷ کیلو متر میباشد - اگر مجهول را با حرف

x نمایش دهیم یا تعریف تناسب مستقیم چنین خواهیم داشت

$$\frac{18}{3} = \frac{x}{27}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{3}{x}$$

و از آنجا با استفاده از خاصیت اصلی تناسب $18 \times x = 3 \times 27$ یعنی

۱۸ برابر مقدار مجهول برابر حاصل ضرب 3×27 میباشد پس چنین

داریم $x = \frac{3 \times 27}{18} = \frac{81}{18} = 4 \frac{1}{2}$ ساعت یعنی آن شخص ۲۷ کیلو متر را در چهار ساعت و نیم طی مینماید

۴۴۷ - قاعده ۴ - در تناسب مستقیم برای یافتن مقدار مجهول

کافیست عدد همجنس x را در مقدار نظیر x از چندی دیگر ضرب نموده حاصل ضرب را بر مقدار نظیر عدد همجنس x تقسیم کنیم

۴۴۸ - طرز عمل - معمولاً در حل تناسب ساده سه جمله معلوم

و جمله مجهول را بطریقی مینویسیم که هر يك از این جمله ها در یکی

۱۸ کیلو	۳ ساعت	از گوشه های مربع مستطیلی قرار
۲۷ کیلو	x ساعت	گیرند و هر دو جمله هم جنس زیر
		یکدیگر واقع شوند - برای تعیین

مقدار x در تناسب مستقیم دو جمله ای که در گوشه های مجاور x قرار گرفته اند در هم ضرب نموده حاصل ضرب را بر جمله معلوم دیگر تقسیم میکنیم - در عمل از رسم مربع مستطیل صرف نظر میشود

مثال ۲ - برای ساختن قطعه از راه لازمست ۲۶ کارگر در مدت

۶ روز کار کنند - میخواهیم بدانیم اگر بجای ۲۶ کارگر فقط ۱۲

کارگر داشته باشیم کار در چه مدت تمام میشود -

چنانکه دیده میشود در این مثال نیز دو چندی متغیر داریم یکی

شماره کارگر ها و دیگری شماره روز های کار و واضح است که این

دو چندی معکوساً متناسبند - زیرا اگر در انجام کار معینی شماره کارگرها

۲ یا ۳ یا ۴ ... برابر گردد مدت لازم برای انجام آن کار ۲ یا ۳ یا

۴ ... مرتبه کوچک میگردد و بالعکس اگر شماره کارگرها ۲ یا ۳

یا ۴ یا ... مرتبه کم گردد مدت لازم برای انجام کار ۲ یا ۳ یا ۴ یا ...
مرتبه زیاد میگردد - از چندی اول که شماره کارگر هاست دو مقدار
۲۶ و ۱۲ معلوم میباشد و از چندی دوم فقط ۶ روز که نظیر ۲۶
کارگر است در دست است - منظور ما از حل این مسئله تعیین مدتی
است از زمان که متناظر با ۱۲ کارگر میباشد - اگر مجهول را به x
نمایش دهیم با تعریف تناسب معکوس چنین خواهیم داشت :

$$۱۲ \times x = ۶ \times ۲۶ \quad \text{و یا} \quad \frac{۱۲ \text{ کارگر}}{۲۶ \text{ کارگر}} = \frac{۶ \text{ روز}}{x \text{ روز}}$$

یعنی ۱۲ برابر مقدار مجهول برابر حاصل ضرب ۶×۲۶ میباشد

پس مجهول ما برابر است با $x = \frac{۶ \times ۲۶}{۱۲} = ۱۳$ یعنی ۱۲ کارگر آن کار را
در ۱۳ روز انجام میدهند

۲۳۹ - قاعده ۳ - در تناسب معکوس برای یافتن مقدار مجهول

کفایت عدد هم جنس x را در مقدار نظیر خودش ضرب کرده حاصل
ضرب را بر مقدار نظیر x قسمت کنیم

۲۴۰ - طرز عمل - معمولاً در حل تناسب معکوس نیز سه جمله

معلوم و جمله مجهول را بصریقی مینویسیم که هر یک از این جمله ها

در یکی از گوشه های مربع مستطیلی قرار گیرند	۶ روز	۲۶ کارگر
و هر دو جمله همجنس زیر یکدیگر واقع شوند	x روز	۱۲ کارگر

برای تعیین مقدار x در تناسب معکوس دو جمله

سطری را که حاوی x نمیشود در یکدیگر ضرب کرده حاصل را بر جمله
معلوم سود قسمت میکنیم - معمولاً در عمل از رسم مربع مستطیل صرف
نظر میشود .

تبصره - در هر یک از دو مثال بالا اول نوع تناسب را از حیث

مستقیم و یا معکوس بودن تعیین نموده سپس راه حل هر يك از دو نوع را ذکر کردیم - ولی برای حل هر نوع تناسب قاعده کلی و عمومی موجود است موسوم بقاعده تحویل يك که در زیر بذکر آن میپردازیم:

۴۴۱ - تحویل يك - طرز ساده ایست برای حل هر گونه تناسب

بدون توجه باینکه تناسب مفروض مستقیم است یا معکوس

حل مثال ۱ - شخصی فاصله دو دهستان را که ۱۸ کیلو متر

است در ۳ ساعت میپیماید میخواهیم بدانیم همین شخص فاصله دودهستان دیگر را که ۲۷ کیلو متر است در چه مدت طی مینماید -

اگر ما بتوانیم تعیین کنیم این شخص يك کیلو متر را در چه مدت میپیماید با ضرب این مدت در ۲۷ معلوم میکنیم که ۲۷ کیلو متر را در چه مدت خواهد پیمود - اما میدانیم این شخص ۱۸ کیلو متر را در ۳ ساعت می پیماید - پس برای تعیین مدت پیمودن يك کیلو متر باید ۳ ساعت را به ۱۸ کیلو متر قسمت کنیم میشود $\frac{3}{18}$ ساعت و این عدد عبارتست از مدتی که در آن مدت شخص مفروض يك کیلو متر راه را می پیماید و چون برای پیمودن ۲۷ کیلو متر ۲۷ مرتبه بیشتر وقت لازم خواهد بود مقدار مجهول ما عبارتست از $27 \times \frac{3}{18} = 4\frac{1}{2}$ که همان چهار ساعت و نیم است که درپیش یافتیم .

حل مثال ۲ - برای ساختن قطعه ای از راه لازم است ۲۶

کارگر مدت ۶ روز کار کنند میخواهیم بدانیم اگر بجای ۲۶ کارگر

۱۲ کارگر داشته باشیم کار مفروض در چه مدت تمام میشود

اگر ما بتوانیم تعیین کنیم يك کارگر بتنهائی کار مفروض را

در چه مدت انجام میدهد با تقسیم این مدت بر ۱۲ میتوانیم بآسانی

معلوم کنیم که ۱۲ کارگر آن کار را در چه مدت تمام میکنند - اما

میدانیم ۲۶ کارگر در ۶ روز آن کار را انجام میدهند پس يك کارگر
 بتنهائی همان کار را در ۲۶ مرتبه بیشتر وقت یا ۶×۲۶ روز انجام
 میدهد - این عدد عبارتست از شماره روزهای لازم برای اینکه يك نفر
 کارگر بتنهائی کار مفروض را تمام کند - پس اگر ۱۲ کارگر داشته
 باشیم مدت لازم برای انجام کار ۱۲ مرتبه کمتر و یا برابر $\frac{۲۶ \times ۶}{۱۲} = ۱۳$
 است که همان جواب سابق میباشد

۲۴۲ - تبصره مهم - با ذکر این دو مثل طرز حل مسائل
 تناسب با قاعده تحویل بيك معلوم گشت - در هر مسئله خاص طرز
 یدان ممکن است کمی تفاوت کند ولی باختصار همین آشنائی کامل باین
 قاعده حاصل میگردد -

لازمست همواره دانش آموزان را واداشت مسائل تناسب را منحصراً
 با قاعده تحویل بيك حل کنند .

تناسب مرکب

۲۴۳ - تعریف - اگر چند چندى مختلف متناسب داشته باشیم
 و از هر يك از آنها يك مقدار معلوم باشد بطوریکه این مقادير متنظر
 يكديگر باشند مقصود از حل تناسب مرکب تعيين مقدار يکى از این
 چندى است وقتى سایر مقادير چندى ديگر تعيين نگردند

مثال ۹ - ۵ نفر کارگر ۶۰ متر مالعب خاک بردارى را در ۸ روز
 کار انجام میدهند - میخواهيم بدانيم ۱۲ نفر کارگر ۱۸۰ متر مالعب
 خاک بردارى را در چه مدت انجام میدهند - مقادير معلوم و مقدار
 مجهول مسئله را بدستوارى زیر مشاهده فرمائيد

برای حل مسئله ابتدا فرض میکنیم که میخواهیم ۱۲ کارگر

۸ روز ۶۰ متر مکعب ۵ کارگر

x ۱۸۰ ۱۲

همان ۶۰ متر مکعب را خاک برداری کنند و مدت لازم را برای انجام این عمل تعیین میکنیم یعنی میگوئیم ۵ کارگر ۶۰ متر مکعب خاک برداری را ۸ روز انجام میدهند پس ۱۲ نفر کارگر همان کار را در چند روز تمام میکنند - مقدار کار برای هر دو دسته برابر و تناسب معکوس است و مقدار مجهول برابر است با $\frac{8 \times 5}{12}$ یعنی ۱۲ کارگر در $\frac{8 \times 5}{12}$ روز ۶۰ متر مکعب خاک برداری میکنند - حال میخواهیم بدانیم همین عده برای خاک برداری ۱۸۰ متر مکعب چند روز باید کار کنند - در اینجا تناسب

$$x = \frac{8 \times 5}{12} \times \frac{180}{60} = \frac{8 \times 5 \times 180}{12 \times 60} = 10$$

مستقیم و مجهول مابراست با پس ۱۰ روز جواب مسئله است.

حل این مثال با تحویل بیک - برای حل این مسئله باقاعده

تحویل بیک طرز استدلال بطریق زیرین است گوئیم :

چون ۵ کارگر مقدار ۶۰ متر مکعب خاک برداری را در ۸ روز انجام میدهند

پس ۱ » » ۶۰ » » ۸ × ۵ » »

» ۱ » » ۱ » » $\frac{8 \times 5}{60}$ » »

» ۱۲ » » ۱ » » $\frac{8 \times 5}{60 \times 12}$ » »

» ۱۲ » » ۱۸۰ » » $\frac{8 \times 5 \times 180}{60 \times 12}$ » »

$$x = \frac{8 \times 5 \times 180}{60 \times 12} = 10$$

همان جواب که در بالا یافتیم باز بدست آمده

مثال ۴ - ۸ دروگر در مدت ۱۲ روز مزرعه را که درازای آن

یک کیلومتر و پهنای آن ۱۲۰ متر است درو میکنند در صورتیکه روزی

۹ ساعت کار کنند - می‌خواهیم بدانیم اگر ۶ دروگر بخواهند در ۱۵ روز مزرعه را که درازای آن ۸۰۰ متر و پهنای آن ۱۵۰ متر است درو کنند روزی چند ساعت باید مشغول کار باشند

مقادیر معلوم و مقدار مجهول مسئله را بدین‌صورت می‌نویسیم:

۹ ساعت ۱۲۰ متر پهنای ۱۰۰۰ متر درازای ۱۲ روز ۸۰۰ متر دروگر

$\times \quad 150 \quad > \quad 800 \quad > \quad 10 \quad > \quad 6$

برای حل این مسئله ابتدا فرض می‌کنیم فقط شماره کارگرها تغییر کرده باشد پس گوئیم اگر ۸ دروگر با روزی ۹ ساعت کارکاری را انجام می‌دهند ۶ دروگر همان کار را با روزی (تناسب معکوس) $\frac{9}{6} \times 9 = 13\frac{1}{2}$ ساعت کار انجام خواهند داد - حال اگر بجای ۱۲ روز همین ۶ نفر ۱۵ روز کار کنند باید روزی (تناسب معکوس) $\frac{12}{15} \times 13\frac{1}{2} = 10\frac{2}{3}$ ساعت کار کنند - و اگر درازای مزرعه بجای ۱۰۰۰ متر ۸۰۰ متر باشد باید روزی (تناسب مستقیم) $\frac{800}{1000} \times 10\frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}$ ساعت کار کنند و بالاخره اگر پهنای مزرعه بجای ۱۲۰ متر ۱۵۰ متر باشد باید با همین عدد و همین شرایط روزی (تناسب مستقیم) $\frac{150}{120} \times 8\frac{2}{3} = 10\frac{2}{3}$ ساعت کار کنند و این مقدار همین مجهول مسئله است که برابر است با:

$$\frac{9 \times 12 \times 1000 \times 150}{6 \times 800 \times 1000 \times 120} = 9 \quad 36$$

حل این مثال با تحویل یک - برای حل این مسئله به روش

تحویل یک شرط استدلال به‌صورت زیرین است گوئیم:

۲۴۴ - تبصره ۱ - برای آسان کردن عمل در هر نوع تناسب میتوان پیش از شروع بحل مسئله دوجمله را که در هریک از ستونها قرار گرفته اند بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان قسمت نمود زیرا در برخی ای که جواب مسئله را بدست خواهد داد یکی از این دوجمله در برخی شمار و دیگری در برخی ناه قرار خواهد گرفت - مثلاً اگر در مثال بالا این عمل را انجام دهیم تناسب چنین خواهد شد :

و مقدار x که از روی آن بدست خواهد آمد بدین صورست :

عدد	مردم	مردم	مردم	مردم
۹	۴	۵	۴	۴
x	۵۰	۴۰	۴۰	۳۰

دقت

$$x = \frac{9 \times 4 \times 5 \times 4 \times 4}{40 \times 40 \times 40} = 9 \quad 36$$

خیلی ساده تر است

تبصره ۲ - لازمست دانش آموزان را با همین روش دقت داد که از نوشتن شعبهای جزئی در حل مسئله های تناسب خودداری نموده یعنی استدلال را در ذهن انجام داده تشریح را به تدریس بنویسند .

مسئله ها

مسئله ۱۳۰ - بهت نو خرازا برابر $\frac{2}{3}$ و در ازای دیگر گریز برابر $428,033$

متر میباشد - در ازای کو مکر را همین نسبت ($1:2:4:32$ متر)

مسئله ۱۳۱ - چه صدی یک بر خاسته رو برخه و برخه و برخه از این برخه

برابر $\frac{1}{3}$ گردد (عدد)

مسئله ۱۳۲ - فرض کنیم ضلع قائم الزامه 10 مجزا بر این قسمت کرده هریک

از این قسمت را یکساعت چوبه بخورند نمودن دقیقه چوبه را یک ساعت چوبه و نیم چوبه را یک ساعت دقیقه چوبه بخورند فرض کنیم که چوبه است

۱ - تعیین نسبت ساعت جدید بساعت معمولی و دقیقه جدید بدقیقه معمولی و ثانیه جدید بشانیه معمولی

۲ - اگر ساعت جدید

ثانیه	دقیقه	ساعت
۹۰	۸۵	۴

را نشان دهد ساعت معمولی

چه وقتی را نشان خواهد داد

۳ - اگر ساعت معمولی

ثانیه	دقیقه	ساعت
۱۸	۲۲	۸

را نشان دهد ساعت جدید

چه وقتی را نشان خواهد داد

مسئله ۱۳۳ - دوترن درروی يك خط حرکت مینمایند تندیهای آنها متناسبند با عددهای ۱۰ و ۹۰ ترن اول ۳۵۰ کیلومتر را در ۷ ساعت میبیماید میخواهیم بدانیم دومی ۱۴۴ کیلومتر را در چه مدت خواهد پیمود (۳ ساعت و ۱۲ دقیقه)

مسئله ۱۳۴ - کارگری $\frac{3}{7}$ کاری را در ۱۲ روز انجام داد کارگر دیگری داریم که کاری را که اولی در ۴ ساعت انجام میداد در ۵ ساعت انجام میدهد. این کارگر دوم بقیه کار را در چه مدت تمام میکند و اگر پس از انجام کار روپهم مبلغ ۲۸۰ ریال دستمزد بگیرند بهر يك چقدر میرسد (بقیه کار در ۲۰ روز تمام میشود دستمزد اولی ۱۲۰ ریال - دستمزد دومی ۱۶۰ ریال)

مسئله ۱۳۵ - در کارخانه ۲۸ مرد و ۱۲ زن و ۱۵ طفل کار میکنند - پس از ۶ روز کار مفتگی مزد همه آنها ۲۳۸۲ ریال است - میدانیم مزد روزانه ۳ مرد برابر مزد روزانه ۵ زن و مزد روزانه يك زن دو برابر مزد روزانه يك بچه است تعیین کنید مزد روزانه يك مرد و يك زن و يك بچه را (مرد ۱۰ ریال زن ۶ ریال طفل ۳ ریال)

مسئله ۱۳۶ - شعاع چرخهای جلو يك درشكه ۵۴ سانتیمتر و قطر چرخهای عقب آن ۱۲۰ سانتیمتر است. اگر پس از طی مسافتی چرخهای جلو ۱۰۰۰ دور بیش از چرخهای عقب چرخیده باشند تعیین کنید اولاً درشكه چه مسافتی را پیموده و ثانیاً هر يك از چرخها چند دور چرخیده اند $3014 =$ بی (مسافت طی شده ۱۱۳۰۴ متر چرخ های جلو ۴۰۰۰ دور - چرخهای عقب ۳۰۰۰ دور)

مسئله ۱۳۷ - برای تغییر مسیر يك شهرستان باید خندق کند بدرازی ۳۰ متر و پهنای ۶ متر - يك دسته کارگر انجام این کار را برای ۲۰ روز تعهد نمودند ولی ۴ نفر از کارگران ۱۵ روز نتوانستند در کار شرکت کنند و از این جهت کار پس از ۲۵ روز تمام شد در صورتیکه میدانیم هر کارگر بطور متوسط روزی ۳ متر مکعب خاک برداری

میکنند زمین کنید اولاً کودی خندق را و ثانیاً شماره همه کارگران را (کودی خندق ۴ متر شماره کارگران ۱۲ نفر)



مسئله ۱۳۸ — سه قطعه زمین داریم بشکل مربع مستطیل که ارزش یکمتر آنها یکی است و طوری بهلوی یکدیگر قرار گرفته اند که پهنای اولی و دومی از طرفی

و درازای های دومی و سومی از طرف دیگر برابر میباشند مجموع درازاها ۱۱۰ متر و مجموع پهنایها ۶۸ متر است و میدانیم که جمیع این سه قطعه زمین ۲۰۱۶۰ ریال ارزش دارند و بهای آنها هم بترتیب متناسبند با عدد های ۱۰ و ۶ و ۵ معطوبست درازا و پهنای هر قطعه و بهای یک متر مربع آنها (درازاها بترتیب ۵۰ و ۳۰ و ۳۰ متر و پهنایها بترتیب ۲۴ و ۲۴ و ۲۰ متر - بهای یکمتر مربع ۸ ریال)

مسئله ۱۳۹ — دو قطعه زمین داریم که نسبت مساحت اولی بدومی مثلث است به ۳ و قیمت ۴ متر مربع اولی برابر قیمت ۳ متر مربع دومی است در صورتیکه دو قطعه زمین رو به هم ۳۰ متر مساحت و ۱۶۳۰۰ ریال ارزش دارند معلوم کنید مساحت و قیمت یکمتر مربع هر قطعه را - مساحت اولی ۱۲۰۰ متر مربع - مساحت دومی ۱۸۰۰ متر مربع - بهای یکمتر مربع اولی ۵۰ ریال - بهای یکمتر مربع دومی ۶ ریال



بخش دهم

مراجعه

۱ - مراجعه ساده

۲۴۵ - تعریف - همانطور که اگر شخصی ملك يا خانه يا هر چیزی را که بتوان از آن در صنعت يا کشاورزی يا بازرگانی يا در شئون دیگر زندگانی استفاده نمود برای مدت معینی با اختیار شخصی یا بنگاه دیگری بگذارد پس از انقضای این مدت عین آن چیز با اضافه مبلغی بعنوان مال الاجاره یا اجرت المثل دریافت میدارد - بهمانقسم هم اگر شخصی سرمایه نقدی را برای مدت معینی با اختیار شخصی یا بنگاهی بگذارد پس از این مدت عرف و عادت برای شخص وام دهنده حقی قائل شده که اضافه بیولی که بوام داده است از وام گیرنده دریافت میدارد این عمل را مراجعه و مبلغی که اضافه بر سرمایه اصلی دریافت شده سود خوانند.

۲۴۶ چهار چندی مراجعه - در مراجعه چهار چندی دخالت

مینمایند: ۱ - سرمایه ۲ - سود ۳ - نرخ ۴ - مدت

۲۴۷ - سرمایه - سرمایه عبارتست از مبلغی که در ابتدای مراجعه

از طرف وام دهنده با اختیار وام گیرنده گذاشته میشود.

۲۴۸ - سود - مبلغی است که در آخر کار علاوه بر سرمایه از

طرف وام گیرنده بوام دهنده داده میشود.

۲۴۹ - نرخ - نرخ قراری است که برای تعیین مقدار سود بین

وام دهنده و وام گیرنده گذارده میشود - معمولاً نرخ عبارتست از سود

۱۰۰ ریال در یکسال و گاهی هم سود ۱۰ ریال را در یکماه نرخ
مراجعه قرار میدهند.

مثلاً - اگر سود ۱۰۰ ریال را در یکسال ۶ ریال تعیین کنند
گویند نرخ مراجعه برابر صدی ۶ است و آنرا چنین نمایش میدهند
۶٪ یعنی ۰٫۰۶ ریال سود هر ریال است.
۴۵۰ - مدت - زمانی است که سرمایه وام گرفته شده در اختیار
وام گیرنده می باشد.

۴۵۱ - چهار مسئله مراجعه - چهار چندی سرمایه و سود و
نرخ و مدت در مراجعه با یکدیگر متناسب میباشند و در هر مسئله وقتی
یکی از این چهار جمله مجهول باشد میتوان مقدار آنرا با تشکیل یک
تناسب مرکب بدست آورد چون ممکن است مقدار هر یک از این چهار
چندی مجهول باشد مسئله های مراجعه به چهار نوع تقسیم میشوند که
ما آنها را به ترتیب حل خواهیم نمود.

۴۵۲ - مسئله ۱ - بدست آوردن سود - شخصی ۲۴۰۰۰ ریال
سرمایه را با نرخ ۸٪ برای مدت سه سال بخواهد داد معین کنید پس از
این مدت چه مقدار سود عایدش میشود.

حل - نرخ مراجعه صدی هشت است یعنی ۱۰۰ ریال سرمایه
در یکسال ۸ ریال سود میدهد - حال میخواهیم بدانیم ۲۴۰۰۰ ریال
در سه سال چه قدر سود میدهد لذا بر این مسئله بحال همین تناسب مرکب
راجع میشود:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۸	۱	۱۰۰
۲۴	۳	۲۴۰۰۰

این تناسب مرکب را با قاعده تحویل بیک حل میکنیم - گوئیم
 ۱۰۰ ریال سرمایه در یکسال ۸ ریال سود میدهد پس یکریال در همین مدت
 $\frac{۸}{۱۰۰}$ ریال و ۲۴۰۰۰ ریال سرمایه در همین مدت $\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸}{۱۰۰}$ ریال سود
 میدهد - این سود یکساله سرمایه ماست پس سود ۳ ساله آن میشود

$$\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸ \times ۳}{۱۰۰} = ۵۶۷۰ \text{ ریال}$$

۳۵۳ - دستور - چنانکه دیده میشود برای بدست آوردن سود
 باید حاصل ضرب سرمایه در نرخ در مدت (سال) را بر ۱۰۰ تقسیم
 نموده و یا بادر نظر گرفتن اینکه $\frac{۸}{۱۰۰}$ سود سالانه یکریال است میتوان
 دستور را چنین بیان کرد: سود مساویست با حاصل ضرب سرمایه در
 مدت (سال) در سود سالانه یکریال.

$$\text{سود} = \frac{\text{مدت (سال)} \times \text{نرخ} \times \text{سرمایه}}{۱۰۰}$$

تبصره - دستوری که در بالا گفته شد کلی است و اگر مدت
 مرابحه شامل برخه‌ای از سال باشد بدو آنرا تجنيس میکنیم یعنی در هر
 صورت مدت را یا بصورت عدد درست و یا بصورت عدد برخه ای بایک
 سال نمایش داده در دستور قرار میدهیم.

مثال - اگر در مسئله پیش مدت مرابحه ۳ سال و هفت ماه و

۲۳ روز باشد نخست مدت را چنین مینویسیم:

روز

$$۳ \times ۳۶۰ + ۷ \times ۳۰ + ۲۳ = ۱۰۸۰ + ۲۱۰ + ۲۳ = ۱۳۱۳$$

پس مدت ما برابر $\frac{۱۳۱۳}{۳۶۰}$ سال میباشد و چون این برخه را بجای مدت
 در دستور بالا قرار دهیم سود ما میشود: (تقریباً) $\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸ \times ۱۳۱۳}{۱۰۰ \times ۳۶۰} = ۷۰۰۲$ ریال

۳۵۴ مسئله - ۲ - بدست آوردن سرمایه - چه سرمایه بانرخ

۷/۵ درصد در مدت ۴ سال ۱۵۰۰ ریال سود میدهد

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۷۵	۱	۱۰۰
۱۵۰۰	۴	۸

تناسب مرکبی بدین طریق تشکیل می‌دهیم

میدانیم ۷۵ ریال سود ۱۰۰ ریال است در یکسال پس سود یکریال در همین مدت $\frac{۷۵}{۱۰۰}$ ریال خواهد بود.

پس برای بدست آوردن سرمایه که سودش در یکسال ۱۵۰۰ ریال است کافیست ۱۵۰۰ ریال را بر $\frac{۷۵}{۱۰۰}$ قسمت کنیم میشود $\frac{۱۵۰۰ \times ۱۰۰}{۷۵} = ۲۰۰۰$ این مقدار سرمایه است که در یکسال ۱۵۰۰ ریال شود می‌دهد پس سرمایه که در چهار سال ۱۵۰۰ ریال سود بدهد عبارت خواهد بود از:

$$\text{ریال } ۵۰۰۰ = \frac{۱۵۰۰ \times ۱۰۰}{۷۵ \times ۴}$$

۲۵۵- دستور - چنانکه دیده میشود برای بدست آوردن سرمایه باید سود را در ۱۰۰ ضرب نموده حاصل را بر حاصل ضرب نرخ در مدت (سال) تقسیم نمود و یا سود نفی را بر حاصل ضرب مدت (سال) در سود سالانه یکریال تقسیم کرد

$$\text{سود سالانه} = \frac{\text{سود} \times ۱۰۰}{\text{نرخ} \times \text{مدت}} = \frac{\text{سود}}{\text{نرخ} \times \text{مدت}} \times ۱۰۰ = \text{سرمایه}$$

۲۵۶- مسئله ۳ - بدست آوردن نرخ - ۵۴۰۰ ریال سرمایه

از قرار چه نرخی در مدت ۴ سال و نیم ۱۲۱۵ ریال سود می‌دهد؟

حل - برای حل این مسئله تناسب مرکبی بدین طریق تشکیل

می‌دهیم:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۱۲۱۵	۴½	۵۴۰۰
۸	۱	۱۰۰

گوئیم ۱۲۱۵ ریال سود ۵۴۰۰ ریال است در چهار سال و نیم پس

سود یکریال در همین مدت میشود $\frac{۱۲۱۵}{۵۴۰۰}$ و سود ۱۰۰ ریال در همین مدت میشود $\frac{۱۰۰ \times ۱۲۱۵}{۵۴۰۰}$ حال کوئیم این مقدار عبارتست از سود ۱۰۰ ریال در چهار سال و نیم پس سود ۱۰۰ ریال در یکسال که عبارت از نرخ باشد میشود:

$$\frac{۱۰۰ \times ۱۲۱۵}{۵۴۰۰ \times \frac{۱}{۲}} = \frac{۱۲۱۵}{۲۷} \text{ ریال}$$

پس نرخ مرابحه ۰.۵٪ است

۲۵۷ دستور - برای بدست آوردن نرخ - باید ۱۰۰ برابر سود را بر حاصل ضرب سرمایه در مدت (بسال) تقسیم کنیم و یا برای بدست آوردن سود یکریال در یکسال سود کلی را بر حاصل ضرب سرمایه در مدت (بسال) تقسیم کنیم

$$\text{سود} = \frac{۱۰۰ \times \text{سود}}{\text{مدت (بسال)} \times \text{سرمایه}} = \text{نرخ}$$

$$\text{سود یکریال در سال} = \frac{\text{سود}}{\text{مدت (بسال)} \times \text{سرمایه}}$$

۲۵۸ مسئله ۴ - بدست آوردن مدت - میخواهیم تعیین کنیم ۳۶۰۰ ریال سرمایه با نرخ ۰.۹٪ در چه مدت ۷۰۲ ریال سود میدهد؟

حل - برای حل این مسئله تناسب مرکبی بدین ترتیب تشکیل میدهیم:

ریال سود سال ریال سرمایه

۹ ۱ ۱۰۰

۷۰۲ x ۳۶۰۰

کوئیم ۱۰۰ ریال در یکسال ۹ ریال سود میدهد برای اینکه یکریال همین مقدار سود بدهد ۱۰۰ سال مدت لازم است و برای اینکه ۳۶۰۰ ریال همین اندازه سود بدهد $\frac{۱۰۰}{۳۶۰۰}$ سال لازم است - سرمایه ما درین مدت ۹ ریال سود میدهد و برای آنکه همین سرمایه یک ریال سود بدهد $\frac{۱۰۰}{۳۶۰۰} \times ۹$ سال لازم است و برای اینکه همان سرمایه ۷۰۲ ریال سود بدهد $\frac{۱۰۰ \times ۷۰۲}{۳۶۰۰}$ سال لازم است یعنی $\frac{۲۶}{۱۲}$ سال یا دو سال و دو ماه

۲۵۹ دستور - برای یافتن مدت (سال) باید صد برابر سود را

بر حاصل ضرب سرمایه در نرخ تقسیم نمود و یا سود کنی را بر حاصل ضرب سرمایه در سود سالانه بکریک تقسیم کرد

$$\text{سرمایه} \times \text{سود سالانه} \times \text{بکریک} = \frac{\text{سود}}{\text{نرخ}} = \text{مدت (سال)}$$

۲۶۰ تبصره ۵ هم - سه دستوری را که در نتیجه حل سه مسئله

اخیر بدست آمد میتوان از دستور مسئله نخست استخراج کرد - دستور نامبرده چنین بود :

$$\text{مدت (سال)} = \frac{\text{سود}}{\text{سرمایه} \times \text{نرخ}}$$

چون دو طرف این دستور را در ۱۰۰ ضرب و باز تقسیم بر حاصل

ضرب دوازده از سه سازه برخه شمار (یعنی سرمایه - نرخ - مدت) تقسیم کنیم مقدار هر یک از سه سازه دیگر بر تریب بدست میآید

۲۶۱ سرمایه و سود - اصل و نرخ (کنفی در مسئله های

مراجعه بجای آنکه سرمایه و یا سود و نرخ بدست میآید مجموع آنها بنام سود و سرمایه در دست است - این نوع مسئله ها را مسائل سرمایه و سود (اصل و نرخ) خوانند -

مسئله - سرمایه را با نرخ ۵ - در مدت دوازده و هشت ماه به

مراجعه گذارده پس از این مدت مجموع اصل و نرخ برابر ۵۱۰۰ ریال شده مطابق است سرمایه و سود این مراجعه -

حل - قبلاً تعیین میکنیم یک ریال سرمایه بدو شعبه نرخ در شعبه

هشت چهتر سود میدهد - اگر سرمایه سود ده - هشت و هشت ریال ۱۰۰۰

پس بکریک سرمایه بدو شعبه این شعبه ۱۰۰۰ ریال سود میدهد پس این سود سرمایه بکریک پس از این هشت و هشت ریال ۱۰۰۰ ریال ۱۰۰۰ ریال

ریال از سرمایه ما پس از این مدت با این نرخ $\frac{۱۷}{۱۵}$ ریال سود و سرمایه جمعاً خواهد داشت پس برای تعیین سرمایه که سرمایه و سود آن ۵۱۰۰ ریال است کافی است ۵۱۰۰ ریال را بر برخه $\frac{۱۷}{۱۵}$ تقسیم کنیم خواهد شد

$$\text{ریال } ۴۵۰۰ = \frac{۱۵ \times ۵۱۰۰}{۱۷} = \frac{۱۷}{۱۵} : ۵۱۰۰$$

۴۶۴ دستور - در مسئله های سود و سرمایه برای بدست آوردن

سرمایه باید سود و سرمایه مفروض را بر سود و سرمایه یکریال تقسیم

$$\text{نمود: (مدت (بسال) } \times \text{ سود سالیانه یکریال)} + ۱ = \frac{\text{سود و سرمایه}}{\text{سود و سرمایه یکریال}} = \text{سرمایه}$$

مسئله ها

مسئله ۱۴۰ - مجموع سرمایه دو نفر ۱۰۸۰۰ ریال است. اولی سرمایه خود را با نرخ $\frac{1}{8}$ در مدت ۹ ماه برای چه داد و دومی سرمایه خود را با نرخ $\frac{1}{6}$ در مدت ۵ ماه برای چه گذارد - در صورتیکه میدانیم سود اولی ۳ برابر سود دومی است معلوم کنید سرمایه و سود هریک را

(سرمایه اولی ۶۰۰۰ ریال سود اولی ۳۶۰ ریال - سرمایه دومی ۴۸۰۰ ریال سود دومی ۱۲۰ ریال)

مسئله ۱۴۱ - شخصی ۷۵۰۰۰ ریال را با نرخ مجهولی در یکچه و ۴۵۰۰۰ ریال را با نرخ مجهول دیگر در بانک دیگر برای چه داد میدانیم سود سالانه او جمعاً ۵۴۷۵ ریال و مجموع دو نرخ دومرا چه ۰.۰۹۵ است تعیین کنید نرخ های دو سرمایه را (اولی $\frac{1}{4}$ دومی $\frac{1}{5}$)

مسئله ۱۴۲ - مبلغ ۳۸۰۰ ریال را در یکچه برای چه داده ایم و در جای دیگر مبلغ ۲۷۰۰ را با نرخی که از نرخ اولی $\frac{1}{5}$ کمتر بود برای چه داده ایم - در صورتیکه میدانیم سود سالانه اولی ۰.۶۵ ریال بیش از دومی بوده است تعیین کنید دو نرخ را (اولی $\frac{1}{6}$ دومی $\frac{1}{5}$)

مسئله ۱۴۳ - شخصی ۳۰۰۰ سرمایه خود را در فروردین در مدت ۳ سال در یک بانک و بقیه را با نرخ $\frac{1}{7}$ در مدت دو سال در جای دیگر برای چه داده داد تعیین کنید سرمایه اصلی را در صورتیکه پس از این مدت سود اولی ۵۴۰ ریال کمتر از سود دومی بوده است (۲۷۰۰۰ - ۱۸۰۰۰ - ۴۵۰۰۰)

مسئله ۱۴۴ - سرمایه را با نرخ $\frac{1}{9}$ در مدت ۲۵۲ روز برای چه گذارده ایم اگر سال را ۳۶۰ روز - ۳۶۵ روز حساب کنیم در سود نقدی خاصی میشود مطلوب است تعیین سرمایه در صورتیکه این تفاوت ۱۰۰۰ ریال را تقریباً برابر ۵۶ ریال است (سرمایه ۶۵۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۴۵ - شخصی سرمایه را با نرخ مجهولی در مدت یک سال و نیم برای چه داد و ۳۵۲۰۰ ریال سود آنرا دریافت کرد - شخصی دیگر سرمایه برابر آنرا با نرخ $\frac{1}{5}$ در مدت ۱۵۰۰ روز برای چه گذارد و سود ۳۵۲۰۰ ریال سود آنرا گرفت - تعیین کنید سرمایه و دو نرخ را (سرمایه ۶۵۰۰۰ ریال - نرخ اولی $\frac{1}{7}$ - نرخ دومی $\frac{1}{5}$)

مسئله ۱۴۶ - سرمایه با نرخ ۰.۵٪ برابجه داده شده پس از مدتی سود و سرمایه آن جمعاً ۹۲۰۰ ریال شده در صورتیکه همان سرمایه را با نرخ ۰.۸٪ در همان مدت برابجه بگذاریم سود و سرمایه آن ۹۹۲۰ ریال میگردد مطلوبست سرمایه و مدت برابجه (سرمایه ۸۰۰۰ ریال - مدت ۳ سال)

مسئله ۱۴۷ - شخصی سرمایه را با نرخ ۰.۵٪ برابجه داد پس از مدتی ۱۵۰۰ ریال بابت سود آن دریافت کرد شخصی دیگر سرمایه را که ۲۰۰۰ ریال بیش از اولی بود در همان مدت با نرخ ۰.۶٪ برابجه گذاشت در صورتیکه سود دویمی ۲۲۷۵ ریال باشد تعیین کنید دوسرمایه و مدت مشترك را

(سرمایه اولی ۱۲۰۰۰ ریال - سرمایه دویمی ۱۴۰۰۰ ریال - مدت دو سال و نیم)
مسئله ۱۴۸ - شخصی ۶۱۰۰۰ ریال از سرمایه خود را بنام سه یسرش که به ترتیب ۱۹ و ۱۷ و ۱۲ سال داشتند با نرخ ۰.۱۰٪ در بنگاهی برابجه گذاشت بطوریکه اندوخته هریک بابت سود و سرمایه پس از انجام خدمت نظام وظیفه (سن ۲۳ سالگی) برابر گردد مطلوبست سهم هریک و اندوخته هر کدام در سن ۲۳ سالگی
(سهم اولی ۲۴۰۰۰ ریال - دویمی ۲۱۰۰۰ ریال و سومی ۱۶۰۰۰ ریال
اندوخته هریک در ۲۳ سالگی ۳۳۶۰۰ ریال)

مسئله ۱۴۹ - سرمایه شخصی ۱۹۵۰۰ ریال است قسمتی از این سرمایه با نرخ ۰.۶٪ در مدت ۸ ماه و بقیه با نرخ ۰.۵٪ در مدت شش ماه برابجه داده شده در صورتیکه دوسود مساوی باشند مطلوبست دو قسمت سرمایه (۷۵۰۰ ریال و ۱۲۰۰۰)

مسئله ۱۵۰ - شخصی ۵۴۰۰۰ ریال سرمایه خود را بدو قسمت نموده قسمت اول را از قرار ۰.۵٪ و قسمت دوم را با نرخ ۰.۷٪ برابجه داد پس از ۶ ماه که سودهای آنها را دریافت کرد پیش خود حساب نمود که اگر قسمت اول را با نرخ ۰.۷٪ و قسمت دوم را با نرخ ۰.۵٪ برابجه گذارده بود در همین مدت ۷۵ ریال بیشتر سود میبرد - مطلوبست دو قسمت سرمایه (اولی ۳۰۰۰۰ ریال دویمی ۲۴۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۱ - شخصی قسمتی از سرمایه خود را با نرخ ۰.۵٪ و قسمت دیگر را با نرخ ۰.۶٪ برابجه داد پس از ۳ ماه جمعاً ۵۸۲٫۵ ریال سود دریافت کرد اگر قسمت اول را با نرخ ۰.۶٪ و دویمی را با نرخ ۰.۵٪ در مدت ۵ ماه برابجه داده بود جمعاً ۱۰۰۰ ریال سود عایدش میشد مطلوبست سرمایه اصلی او

(اولی ۲۵۰۰۰ ریال دومی ۱۸۰۰۰ ریال و مجموع ۴۳۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۲ - شخصی قسمتی از سرمایه خود را بانرخ 7% و قسمت دیگر را بانرخ 5% بهراجعه داد پس از ۸ ماه بابت سود و سرمایه هر دو قسمت جمعاً ۱۵۸۵۸ ریال دریافت کرد - مطلوبست دو قسمت سرمایه هر گاه نسبت سرمایه اولی بهدومی مانند ۸ باشد به ۹ (سرمایه اولی ۷۲۰۰ ریال دومی ۸۱۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۳ - شخصی $\frac{1}{4}$ سرمایه خود را بانرخ مجهولی بهراجعه داد و بقیه را نیز بانرخ دیگری بهراجعه گذاشت در صورتیکه سودهای سالانه هر دو برابر ۱۶۲ ریال بوده است - اگر ۳۰۰ ریال بهریک از سرمایه ها افزوده شود مجموع سود های سالانه ۳۵۵٫۵ ریال میگردد مطلوبست سرمایه ها و نرخ ها
(۳۶۰۰ ریال بانرخ 5% و ۲۷۰۰ ریال بانرخ 7%)

مسئله ۱۵۴ - شخصی ۶۰۰۰ ریال سرمایه خود را بانرخ 5% بهراجعه داد پس از سه ماه شخص دیگر ۴۵۰۰ ریال را بانرخ 8% بهراجعه داد مدتی گذشت اولاً پس از چه مدت سودهای این دو بهراجعه برابر میگردد - ثانیاً پس از چه مدت سود و سرمایه این دو بهراجعه برابر میشود (اولاً پس از ۱۵ ماه ثانیاً پس از ۲۶ سال و ۳ ماه)

مسئله ۱۵۵ - دو سرمایه که نسبت بههم مانند ۷ به ۳ بودند بهراجعه گذاشته شده اند سرمایه اکثر بانرخ 7% در مدت سه سال و چهار ماه و سرمایه دیگر بانرخ 5% در چهار سال و دو ماه در صورتیکه سود دومی ۷۷۲٫۵ ریال بیش از اولی باشد مطلوبست دو سرمایه .

(اولی ۲۷۰۰۰ ریال - دومی ۶۳۰۰۰ ریال)

بخش یازدهم

تنزیل

۱ - تنزیل بیرونی

۲۶۴ - تعریف - داد و ستد های تجارتي اغلب با پول نقد انجام نمیگیرد بلکه خریدار سند و عده داری بنام برات یا حواله بفروشنده میدهد یعنی تعهد میکند که بهای کالا را پس از مدت معینی بپردازد و واضح است که این بها با بهای نقدی کالا باید اختلاف داشته باشد یعنی اگر نقداً میخرید بهای آن کمتر میشد

اگر فروشنده پیش از موعد معین بوجه این برات احتیاج پیدا کرد میتواند آنرا بینگاهی بفروشد - از این رو يك نوع داد و ستد بنام داد و ستد اسناد یا براتها در بازرگانی ایجاد میگردد

مبلغی را که در سند یا برات نوشته شده و دهنده برات تعهد پرداخت آن را پس از مدت معینی نموده است مبلغ اسمی برات و آنچه را که بابت این سند پیش از انقضای مدت در هر موقع میتوان دریافت داشت مبلغ فعلی آن برات در آن موقع خوانند - اختلاف مبلغ اسمی و مبلغ فعلی را که عاید خریدار برات میشود و عبارتست از سود مبلغ اسمی برات در مدتی که تا انقضای عده مانده تنزیل برات خوانند و این عمل بازرگانی را نیز تنزیل گویند پس

تنزیل = مبلغ فعلی - مبلغ اسمی

مثال - شخصی در اول مهر ماه ۱۳۱۷ ملک خود را یکساله به ۲۴۰۰۰ ریال اجاره داد که اجاره آن را در اول تیرماه ۱۳۱۸ دریافت دارد و سند رسمی در این معامله بدست آورد - ولی اجاره دهنده روز اول اسفند ۱۳۱۷ بپول احتیاج پیدا کرد سند خود را در بنگاهی با نرخ ۶٪ تنزیل نموده - میخواهیم بدانیم چه مبلغ پول گرفته

حل - اگر شخص اجاره دهنده تا اول تیر ۱۳۱۸ تأمل می نمود ۲۴۰۰۰ ریال (مبلغ اسمی سند) دریافت میداشت ولی این شخص میخواهد پول خود را چهار ماه زودتر بگیرد و چون در این مدت مبلغ اسمی مقداری سود میدهد این شخص نمیتواند تمام ۲۴۰۰۰ ریال را بگیرد بلکه مبلغی (تنزیل) از آن کم میگردد یعنی باید از مبلغ اسمی سود چهار ماهه ۲۴۰۰۰ ریال را از قرار نرخ ۶٪ کم کرد - میدانیم این سود برابر $480 = \frac{24000 \times 6 \times 4}{100 \times 12}$ است و این مبلغ عبارتست از تنزیل سند - پس مبلغی را که شخص میتواند در اول اسفند ماه ۱۳۱۷ دریافت دارد عبارتست از $23520 = 24000 - 480$ و مبلغ ۲۳۵۲۰ ریال عبارتست از مبلغ فعلی برات در آن تاریخ

۲۶۴ مسئله ۳ - تعیین مبلغ فعلی برات - براتی بمبلغ ۱۸۰۰۰

ریال در تاریخ ۱۵ اردیبهشت قبضه برداشت است تعیین کنید اگر میخواهیم آنرا روز ۱۸ فروردین دریافت داریم و تنزیل با نرخ ۸٪ باشد چقدر پول بگیریم

حل - از ۱۸ فروردین تا ۱۵ اردیبهشت ۲۷ روز است پس باید

سود ۲۵۰۰۰ ریال را با نرخ ۸٪ در این مدت حساب کنیم میشود

$$1080 = \frac{25000 \times 8 \times 27}{100 \times 12}$$

این مبلغ عبارتست از تنزیل و چون آنرا از مبلغ اسمی یعنی ۱۸۰۰۰ ریال کم کنیم مبلغ فعلی یعنی :

$$۱۷۸۹۲ = ۱۸۰۰۰ - ۱۰۸ \text{ بدست میآید}$$

۳۶۵ مسئله ۲ - تعیین مبلغ اسمی برات - مطلوبست مبلغ اسمی براتی که موعد پرداخت آن ۷ شهریور است و چون آنرا در ۲۷ تیر ماه با نرخ ۰.۷٪ تنزیل کنیم ۳۵۶۸۵ ریال بابت مبلغ فعلی بما داده شود .

حل - میدانیم مبلغ فعلی برات برابر است با مبلغ اسمی منهای تنزیل که عبارتست از سود مبلغ اسمی - پس مسئله بدین صورت درآمده که در مراحله ای سرمایه و سود مجهول ولی مدت نرخ و فضل سرمایه و سود معلوم است -

از ۲۷ تیر تا ۷ شهریور ۴۲ روز است - یکرéal از مبلغ اسمی را اختیار میکنیم - سود این یکرéal پس از ۴۲ روز با نرخ ۰.۷٪ میشود

$$\frac{۱ \times ۰.۰۰۷ \times ۴۲}{۱۰۰ \times ۳۶۰} = \frac{۰.۰۰۲۹۴}{۳۶۰} \text{ ریال}$$

برابر $\frac{۰.۰۰۲۹۴}{۳۶۰} = \frac{۰.۰۰۰۰۸۱۷}{۱۰۰} = ۱ - \frac{۰.۰۰۰۰۸۱۷}{۱۰۰}$ میشود - و واضح است که چون ۳۵۶۸۵ را بر این برخه تقسیم کنیم مبلغ اسمی برات بدست میآید و آن عبارتست از

$$۳۵۶۸۵ : \frac{۰.۰۰۰۰۸۱۷}{۱۰۰} = ۳۶۰۰۰ \text{ ریال}$$

تبصره - از این دو مثال معلوم میگردد که حل مسئله های تنزیل عیناً بحل مسئله های مراحله راجع میگردد .

۲ - تنزیل درونی

۳۶۶ - تعریف - چنانکه دیدیم در تنزیل بیرونی سود مبلغ اسمی را

بنام تنزیل از مبلغ اسمی کم نموده بقیه را که مبلغ فعلی برات بود بصاحب برات میدادند. ولی ممکن است سود مبلغ فعلی برات را بنام تنزیل از مبلغ اسمی آن کم نمود در این صورت مبلغ اسمی برابر است با مبلغ فعلی (سرمایه) باضافه سود مبلغ فعلی (تنزیل درونی) - بنابراین مسئله ای تنزیل درونی راجع میشود بمسائل سود و سرمایه

مثلاً - مطلوبست مبلغ فعلی براتی که مبلغ اسمی آن ۷۵۰۰۰۰۰ ریال و ۶۶ روز پیش از موعد پرداخت آن بخواهیم آنرا با نرخ ۷/۸٪ تنزیل درونی کنیم -

حل - میدانیم ۷۵۰۰۰۰۰ ریال عبارتست از سرمایه بعلاوه سود که سرمایه آن مبلغ فعلی و سود آن تنزیل میباشد - چون از دستور تعیین سرمایه وقتی مجموع سود و سرمایه معلوم باشند استفاده کنیم یعنی:

$$\begin{aligned} \text{مبلغ اسمی} \\ \text{مبلغ فعلی} + \text{سود} &= \text{مبلغ اسمی} \\ \text{مبلغ فعلی} &= \text{مبلغ اسمی} - \text{سود} \\ \text{عبارتست از} &= ۷۳۹۱۰۹ \end{aligned}$$

تبصره - اگر تنزیل بیرونی همین برات را حساب کنیم چنین می شود

$$۷۵۰۰۰۰۰ - ۱۱۰۰۰ = ۷۳۹۰۰۰$$

پس مبلغ فعلی با تنزیل بیرونی میشود

$$۷۳۹۰۰۰ + ۱۱۰۰۰ = ۷۵۰۰۰۰$$

در تنزیل بیرونی و درونی ۱۰۹ - ۷۳۹۰۰۰ = ۷۳۹۱۰۹ است
از اینجا معلوم میگردد که تنزیل بیرونی مبلغ بزرگتری است که برات را میبرد و تنزیل درونی مبلغ کمتری را میبرد و برات بزرگتری است که با تنزیل درونی را بکار نمیرد

۳ - تبدیل چندین برات بیک برات

۲۶۷ - مسئله ۱ - شخصی ۳ برات دارد اولی بمبلغ ۱۲۰۰۰ ریال که ۲۵ روز بموعده پرداخت آن مانده - دومی ۱۸۰۰۰ ریال که ۴۰ روز بموعده پرداخت آن مانده سومی ۳۰۰۰۰ ریال که ۱۸ روز بموعده پرداخت آن مانده - این شخص میخواهد برات خود را بیک برات تبدیل کند بطوریکه مبلغ اسمی آن برابر مجموع مبلغهای اسمی سه برات و مبلغ فعلی آن نیز برابر مجموع مبلغهای فعلی آن سه برات باشد - مطلوبست موعده پرداخت این برات در صورتیکه نرخ تنزیل ۶٪ است

حل - واضح است تنزیل این یک برات برابر مجموع تنزیلهای سه برات اولی خواهد بود - پس تنزیل هریک از این سه برات را حساب میکنیم بترتیب میشود :

$$\begin{array}{l} \text{ریال} \qquad \qquad \qquad \text{ریال} \qquad \qquad \qquad \text{ریال} \\ \frac{12000 \times 6 \times 25}{360 \times 100} = 50 \qquad \frac{18000 \times 6 \times 40}{360 \times 100} = 120 \qquad \frac{30000 \times 6 \times 18}{360 \times 100} = 90 \end{array}$$

ریال

پس تنزیل یک برات می شود $50 + 120 + 90 = 260$ و چون مبلغ اسمی آن برابر است با $60000 - 12000 + 18000 + 30000$ و نرخ آن ۶٪ است موعده پرداخت آن بروز عبارت است از:

$$\frac{100 \times 260 \times 360}{60000 \times 6} = 26 \text{ روز}$$

پس آن یک برات بمبلغ ۶۰۰۰۰ ریال و ۲۶ روز دیگر قابل پرداخت است - مدت ۲۶ روز را موعده میانگین این سه برات خوانند تبصره ۵۵ - میتوان باآسانی دید که میانگین تابع نرخ تنزیل نیست یعنی اگر نرخ تنزیل تغییر نماید موعده میانگین تغییر نمیکند

۲۶۸-مسئله ۴- سه برات داریم اولی بمبلغ ۷۶۰۰۰ ریال

بمؤعد ۲۵ روز دومی بمبلغ ۳۰۰۰۰ ریال بمؤعد ۳۰ روز و سومی بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال بمؤعد ۴۵ روز میخواهیم این سه برات را بیک برات تبدیل کنیم که ۳۶ روز دیگر قابل پرداخت باشد - مضاربست مبلغ اسمی این برات در صورتیکه نرخ تنزیل ۹٪ است

حل - واضح است که مبلغ فعلی این يك برات باید برابر حاصل جمع مبلغهای فعلی آن سه برات باشد پس مبلغهای فعلی هر يك از آن سه برات را تعیین میکنیم :

$$\text{ریال} \quad 30000 - \frac{30000 \times 9 \times 30}{360 \times 100} = 29775 \quad \text{ریال} \quad 76000 - \frac{76000 \times 9 \times 45}{360 \times 100} = 75025$$

$$\text{ریال} \quad 24000 - \frac{24000 \times 9 \times 45}{360 \times 100} = 23730$$

پس مبلغ فعلی برات ما میشود $29775 + 23730 + 75025 = 129030$ ریال

حل باید مبلغ اسمی براتی را تعیین کرد که اگر آن را با نرخ

۹٪ در ۳۶ روز پیش از مؤعد تنزیل کنیم مبلغ فعلی آن 129030

ریال گردد - برای اینکار چنانکه ضمن تعیین مبلغ اسمی دیدیم باید

اول مبلغ فعلی براتی را که مبلغ اسمی آن بگرفت است بدست آورد

$$\text{ریال} \quad 129030 = 0.999 \times 129030 = 129030$$

پس مبلغ اسمی براتی که مبلغ فعلی آن 129030 ریال است برابر

$$\text{ریال} \quad 129030 = 130220.80 \quad (\text{تقریباً})$$

خواهد بود - پس مبلغ اسمی آن يك برات 130220.80 ریال

و ۳۶ روز دیگر قابل پرداخت خواهد بود

مسئله ها

مسئله ۱۵۶ - شخصی ۲۵۰۰۰ ریال وام دارد که باید آن را در اول تیرماه بپردازد - روز ۱۵ اردی بهشت براتی بمبلغ ۱۸۰۰۰ ریال که در ۱۷ مرداد قابل پرداخت است به بستانکار خود داد - تعیین کنید چه مبلغ باید تقدماً بپردازد تا حسابش تصفیه گردد در صورتیکه نرخ تنزیل $\frac{۱}{۹}$ است (۷۱۳۲ ریال)

مسئله ۱۵۷ - شخصی مقداری آهن را که ۸۶۵۴ ریال خریده بود فروخت و براتی بمبلغ ۹۶۰۰ ریال بوعده ۳۳ روز گرفت - اگر این برات را فوراً بانرخ $\frac{۱}{۸}$ تنزیل نماید چقدر سود خواهد برد (۸۷۵۶۰ ریال)

مسئله ۱۵۸ - بازرگانی چند صندوق چینی خرید و بهای آن را بوسیله براتی بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال و بوعده ۳۸ روز پرداخت - پس ۱۳ روز چینی ها را فروخت و بابت قیمت آن سندی بمبلغ ۲۶۰۰۰ ریال بوعده ۹۶ روز دریافت کرد مطلوبست سود بازرگان در صورتیکه نرخ تنزیل $\frac{۱}{۶}$ بوده است (۱۶۸۴ ریال)

مسئله ۱۵۹ - شخصی دو برات یکی بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بوعده ۴۸ روز دیگری بمبلغ ۳۶۰۰۰ ریال بوعده ۶۰ روز را در بانکی تنزیل نمود و ۱۱۰۰۴۰ ریال دریافت نمود - معین کنید نرخ تنزیل را ($\frac{۱}{۶}$)

مسئله ۱۶۰ - شخصی براتی داشت بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال بوعده ۳۰ روز شخص دیگری براتی داشت بمبلغ ۵۴۰۰۰ ریال بوعده ۴۰ روز - پس از تنزیل و گرفتن پول دومی ۲۹۶۶۰ ریال بیش از اولی دریافت داشت - تعیین کنید نرخ تنزیل را ($\frac{۱}{۸۰۵}$)

مسئله ۱۶۱ - شخصی مبلغی وام دارد و میتواند آن را بدو طریق ادا کند یکی بایک برات بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بوعده ۹ ماه و دیگری با براتی بهمان مبلغ یعنی ۷۵۰۰۰ ریال بوعده ۴ ماه ولی بانرخ $\frac{۱}{۵}$ بیش از نرخ اولی است - تعیین کنید وام آن شخص و دو نرخ را (وام ۷۲۷۵۰ - نرخ اولی $\frac{۱}{۴}$ - دومی $\frac{۱}{۹}$)

مسئله ۱۶۲ - مجموع مبلغهای اسمی دو برات ۲۳۸۲۰۸ ریال است برات دومی بانرخ $\frac{۱}{۸}$ و بوعده ۴۲ روز میباشد - معلوم کنید مبلغ اسمی هر یک از دو برات را در صورتیکه میدانیم مبلغ فعلی برات دوم برابر یک چهارم مبلغ اسمی برات اولی است (اولی ۱۹۰۲۰۸ ریال - دومی ۴۸۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۳ - شخصی دو برات دارد اولی بوعده ۵۴ روز و دومی بوعده ۴۲ روز

و مبلغ اسمی برات دوم $\frac{1}{3}$ مبلغ اسمی برات اولی است میخواهد مبلغ اسمی هر يك از دو برات را تعیین كنیم در صورتیکه میمانیم اگر این دو برات را با نرخ $\frac{1}{8}$ تنزیل كنیم مجموع دو تنزیل برابر ۱۳۸۴ ریال میشود (اولی ۸۷۰۰۰ ریال دومی ۴۸۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۴ - مطلوبست مبلغ اسمی براتی كه ۵ روز بوعده پرداخت آن مانده و چون آنرا با نرخ $\frac{1}{6}$ تنزیل كنیم اختلاف تنزیل درونی و بیرونی آن ۵۰ ریال شود (۸۰۶۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۵ - شخصی دو برات دارد اولی بمبلغ ۴۲۰۰ ریال بموعده ۵ ماه و دومی بمبلغ ۵۴۰۰ ریال بموعده ۸ ماه میخواهد این دو برات را بیک برات بمبلغ اسمی ۹۷۵۷۴۵ ریال (یا کمتر از يك دينار تقریب) تبدیل كند تعیین كنید موعده این دو برات را در صورتیکه نرخ تنزیل $\frac{1}{8}$ است (۹ ماه)

مسئله ۱۶۶ - شخصی میخواهد دو برات را یکی بمبلغ ۷۰۰۰ ریال بموعده ۲ ماه و دیگری ۹۰۰۰ ریال بموعده ۴ ماه تبدیل كند يك برات بمبلغ ۱۶۱۵۳۸۵ (یا کمتر از يك دينار تقریب) بموعده ۵ ماه تعیین كنید نرخ تنزیل را (۱/۶)

مسئله ۱۶۷ - شخصی سه برات دارد اولی بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بموعده ۷۲ روز دومی بمبلغ ۴۸۰۰۰ ریال بموعده ۵۴ روز و سومی بمبلغ ۳۶۰۰۰ ریال بموعده ۸۱ روز و میخواهد آنها را تبصیر بیک برات كند بموعده ۱۰۸ روز تعیین كنید مبلغ اسمی این برات اخیر را در صورتیکه نرخ تنزیل $\frac{1}{8}$ است (۱۶۰۴۲۶ و ۲۳ ریال)

مسئله ۱۶۸ - شخصی میخواهد ۲۱۳۹۶۶ ریال را خود را بسه برات كه مبلغ اسمی آنها برابر است بپردازد اولی بموعده ۲۸ روز دومی بموعده ۴۵ روز و سومی بموعده ۶۰ روز تعیین كنید مبلغ اسمی مشترك سه برات را در صورتیکه میمانیم نرخ تنزیل از قرار ۱/۹ بوده است (۷۲۰۰۰ ریال)

بخش دوازدهم

تسهیم بنسبت و مشارکت

۱ - تسهیم بنسبت

۳۶۹ - تعریف - تسهیم بنسبت عبارتست از تقسیم کردن مقداری

از يك چندی معین بین چند نفر بطوریکه اولاً مجموع سهمها برابر آن مقدار مفروض و ثانیاً سهمهای هر يك متناسب با اعداد معلومی باشند

مثال ۱ - فرض کنیم ۲۴ ریال را بین دو نفر قسمت نموده باولی

۱۰ ریال و بدومی ۱۴ ریال داده ایم - گوئیم این مبلغ بین این دو نفر

بنسبت ۵ و ۷ تقسیم شده زیرا $\frac{\text{سهم اولی}}{\text{سهم دومی}} = \frac{۱۰}{۱۴} = \frac{۵}{۷}$

مثال ۳ - در کوچه ای چهار خانه بردیف یکدیگر قرار گرفته اند

و صاحبان این خانه ها شرکت یکدیگر جوی آب و سطح کوچه را ساختند

هزینه این کار جمعاً ۴۶۸۰ ریال شد - میدانیم درازای دیوارهای این

خانه ها برترتیب برابر است با: ۲۴ متر و ۱۷ متر و ۳۵ متر و ۱۴ متر -

میخواهیم بدانیم هر يك چه مبلغ باید بدهند - قبلاً تعیین میکنیم دارندۀ هر يك ^{متر}متر

دیوار چقدر باید بپردازد جمع درازای دیوارها برابر $۹۰ = ۲۴ + ۱۷ + ۳۵ + ۱۴$

میباشد و چون هزینه کلی ساختمان ۴۶۸۰ ریال شده هزینه ساختمان

ریال

يك متر $۵۲ = \frac{۴۶۸۰}{۹۰}$ است پس مبلغی که صاحبان این خانه ها باید بپردازند

ریال

ریال

عبارتست از: اولی $۱۲۴۸ = ۲۴ \times ۵۲$ دومی $۸۸۴ = ۱۷ \times ۵۲$

ریال ریال
 سومی $1820 = 30 \times 52$ چهارمی $728 = 14 \times 52$
 و واضح است که حاصل جمع سهمها برابر هزینه کلی است:
 $1248 + 884 + 1820 + 728 = 4680$

۴۷۰ - قاعده - برای تقسیم مقداری از چندی معین به نسبت چند عدد مقدار مفروض را بمجموع این عددها قسمت نموده خارج قسمت را در هر يك از آن عددها ضرب میکنیم

مثال - میخواهیم مبلغ ۲۱۳۸۵ ریال را به نسبت عددهای $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{7}{8}$ قسمت کنیم - قبلاً این برخه ها را بیک برخه هم مشترك تحویل میکنیم و چنین میشود .

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} \quad \frac{1}{4} = \frac{6}{24} \quad 1 \frac{7}{8} = \frac{45}{24}$$

حال مبلغ مفروض را باید بنسبت برخه های $\frac{16}{24}$ و $\frac{6}{24}$ و $\frac{45}{24}$ تقسیم نمود - چون با ضرب هر يك از این برخه ها در ۲۴ در نسبت بین آنها تفاوتی حاصل نمیشود میتوان ۲۱۳۸۵ را بنسبت برخه شماره قسمت کرد - برای این کار این مبلغ را بر $91 = 16 + 6 + 45$ قسمت میکنیم میشود $235 = \frac{21385}{91}$ و با ضرب ۲۳۵ در هر يك از عددهای ۱۶ و ۳۰ و ۴۵ سهم هر يك بترتیب بدست میآید - این سهمها عبارتند از
 ۷۰۰ - ۳۰۰۲۳۵ (دومی) ۳۷۶۰ - ۱۶۰۲۳۵ (اولی)

$$10075 - 450235 \text{ (سومی)}$$

و واضح است که حاصل جمع سهمها برابر مبلغ اصلی است

$$3760 + 7000 + 10075 = 21385$$

تبصره - اگر همه عددهای را که نسبت سهمها را مشخص میسازند در يك عدد ضرب و برابر يك عدد تقسیم کنیم واضح است که در نسبت بین آنها و نتیجه در سهمها تغییری حاصل نمیشود - نفس این کار این

عددها برخه ای باشند آنها را بیک برخه نام مشترك تحويل نموده عمل تسهیم را بنسبت برخه شمارها انجام میدهم یعنی این عددها را دربرخه نام مشترك ضرب میکنیم - بهمین ترتیب میتوان عددهای نامبرده را بر عدد معینی تقسیم نمود و برای سهولت عمل بهتر است همیشه این عددها را بر بزرگترین مقسوم علیه مشتركشان قسمت کرد .

ریال

مثال ۱ - میخواهیم ۸۴۰ را بنسبت عکس عددهای ۳ و ۵ و ۶ قسمت کنیم - عکسهای عددهای ۳ و ۵ و ۶ عبارتند از برخه های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ چون مانند مثال بالا عمل کنیم میبینیم که مبلغ مفروض را باید بنسبت عددهای ۱۰ و ۶ و ۵ قسمت کرد و سهمها بترتیب عبارت خواهند بود

ریال

ریال

ریال

از ۴۰۰ و ۲۴۰ و ۲۰۰

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۶۵۱ را بنسبت عددهای ۲ و ۵ بطوری قسمت کنیم که ضمناً سهمها بنسبت عکس دو عدد ۳ و ۸ نیز باشند بران اینکار باید عدد مفروض را بنسبت دو برخه $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{8}$ یا دو برخه $\frac{17}{24}$ و $\frac{15}{32}$ یا بالاخره بنسبت دو عدد ۱۶ و ۱۵ قسمت کرد سهمها بترتیب عبارتند از ۳۳۶ و ۳۱۵

۲ - مشارکت

۲۷۱ - تعریف - مقصود از حل مسئله های مشارکت عبارتست از تعیین سود یا زیان چند نفر که با سرمایه های معین در مدتهای مشخص ببازرگانی پرداخته اند .

۲۷۲ - مسئله ۱ - سه نفر برای ساختن يك خانه شريك شدند اولی ۱۲۰۰۰ ریال و دومی ۱۸۰۰۰ ریال و سومی ۳۰۰۰۰ ریال

سرمایه بکار بردند - پس از ساختن خانه رایبه ۷۶۴۸۰ ریال فروختند
مطلوبست سود هر يك از این سه نفر
حل - اولاً واضح است كه سود كلی برابر

$$۱۶۴۸۰ = ۶۰۰۰۰ - ۷۶۴۸۰ - (۱۲۰۰۰ + ۱۸۰۰۰ + ۳۰۰۰) \quad \text{ریال}$$

میشود و باید این مبلغ را بنسبت سه سرمایه یعنی بنسبت سه عدد
۱۲۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ و ۳۰۰۰۰ و یا بنسبت عدد های ۲ و ۳ و ۵ كه از تقسیم
هر يك از سرمایه بر بزرگترین مقسوم علیه مشترك یعنی ۶۰۰۰
حاصل شده قسمت كنیم - چون بموجب قاعده بالا عمل كنیم میبینیم
سود ها بتقریب عبارت خواهند بود از

$$\frac{۱۶۴۸۰}{۱۰} \times ۳ = ۴۹۴۴ \quad (\text{دومی}) \quad \frac{۱۶۴۸۰}{۱۰} \times ۲ = ۳۲۹۶ \quad (\text{اولی})$$

$$\text{ریال} \quad \frac{۱۶۴۸۰}{۱۰} \times ۵ = ۸۲۴۰ \quad (\text{سومی})$$

۲۷۳ - مسئله ۳ - شخصی با ۵۰۰۰۰ ریال سرمایه بکارگذاشت
پرداخت پس از ۳ ماه يك نفر دیگر با سرمایه ۵۰۰۰۰ ریال با او شریك
شد و پس از ۵ ماه دیگر شخص سومی با همان سرمایه یعنی ۵۰۰۰۰
ریال با آنها شریك شد - در آخر سال سود ویژه آنها ۴۷۵۰ ریال بود
تعیین کنید سهم هر يك از این سه نفر را

حل - چون سرمایه های این سه نفر برابر است پس سودهای آنها
متناسب با مدتی است كه سرمایه هر يك بکار رفت - سرمایه اولی ۱۲ ماه و سرمایه

دومی ۹ - ۳ = ۱۲ و سرمایه سومی ۵ - ۵ = ۹ در كار بود - پس
باید مبلغ ۴۷۵۹ ریال را بنسبت سه عدد ۱۲ و ۹ و ۹ قسمت كنیم - سهمها
بتقریب عبارت خواهند بود از ۲۲۸۰ و ۱۷۱۰ و ۲۶۰ ریال

۲۷۴ - مسئله ۳ - شخصی با سرمایه ۲۰۰۰۰ ریال بنگاه بازرگانی برپا کرد - پس از ۳ ماه یک نفر دیگر با سرمایه ۱۵۰۰۰ ریال با او شریک شد و پس از ۲ ماه دیگر شخص سومی با سرمایه ۱۸۰۰۰ ریال با آنها شرکت کرد و پس از سه ماه دیگر شرکت برچیده شد - تعیین کنید سود هر یک را در صورتیکه سود ویژه آنها برابر ۱۵۰۲۸ ریال است

حل - چون سود ها هم با سرمایه ها یعنی با عدد های ۲۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ و هم با مدت ها یعنی با عدد های ۸ و ۵ و ۳ متناسبند پس با حاصل ضرب هر سرمایه در مدتی که آن سرمایه بکار رفته متناسب میباشند - یعنی باید سود ویژه را بنسبت حاصل ضربهای:

$$۲۰۰۰۰ \times ۸ = ۱۶۰۰۰ \text{ و } ۱۵۰۰۰ \times ۵ = ۷۵۰۰۰ \text{ و } ۱۸۰۰۰ \times ۳ = ۵۴۰۰۰$$

و یا بنسبت عدد های ۱۶۰ و ۵۷ و ۵۴ قسمت کرد - سهمها بترتیب عبارت خواهند بود از: ۲۸۰۸ (سومی) ۳۹۰۰ (دومی) ۸۳۲۰ (اولی)

۲۷۵ - قاعده کلی - برای تقسیم سود و زیان شرکت بین شرکا

باید این سود و زیان را بنسبت سرمایه ها (اگر مدتها برابر باشند) یا بنسبت مدتها (اگر سرمایه ها برابر باشند) و یا بالاخره بنسبت حاصل ضربهای هر یک از سرمایه ها در مدتش (اگر هر دو مختلف باشند) تقسیم نمود.

مسئله ها

مسئله ۱۶۹ - نازرگانی که به سه تقریباً ترتیب مبلغ ۲۴۰۰۰ ریال و ۲۰۰۰۰ ریال و ۵۶۰۰۰ ریال وام دارد ورشکست شده و ۸۹۷۲۵ ریال بول دارد . معین کنید بهر يك از پستانكاران چقدر میرسد

(اولی ۲۱۵۳۴ ریال - دومی ۱۷۹۴۵ ریال - سومی ۵۰۲۴۶ ریال)

مسئله ۱۷۰ - دو نفر دهقان بنام ۱۱۵ متر مكعب گود برای مزرعه های خود خریدند و هر يك مقداری از آن را برداشته و مزرعه خود بردند . مزرعه اولی در ۵ کیلو متری و مزرعه دومی در ۶ کیلو متری واقع است و قیمت يك متر مكعب گود ۳ ریال میباشد و هزینه بازاری هر تن در يك کیلو متر ۵۰ ریال است . تعیین کنید مقدار گود هر يك را در صورتیکه بدانیم بولهایی که این دو نفر برای خرید گود و بازاری آن داده اند برابر میباشد (اولی ۶۱ تن - دومی ۵۵ تن)

مسئله ۱۷۱ - مبلغ ۱۶۱۰۰۰ ریال را بین سه نفر به طریق تقسیم کنید که نسبت سهم اولی به دومی برابر $\frac{۲}{۳}$ و نسبت سهم دومی به سومی برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد (اولی ۶۳۰۰۰ ریال - دومی ۴۳۰۰۰ ریال - سومی ۵۵۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۲ - بدانیم بهای الماس بتواند دوم حجم آن متناسب است . قطعه العاسی داریم که ارزش آن ۱۸۱۳۰ ریال میباشد . این الماس به دو قطعه شده و نسبت حجم یکی از آن دو قطعه به دیگری مانند ۳ میباشد به ۵ . معین کنید ارزش هر يك از دو قطعه را (کوچکتر ۳۳۳۰ ریال - بزرگتر ۵۹۲۰ ریال)

مسئله ۱۷۳ - مبلغ ۱۵۷۰۰۰ ریال را بین سه نفر به طریق تقسیم کنید که نسبت سهم اولی به دومی مثل ۳ باشد به ۲ و سهم سومی ۵۰۰ ریال از میانگین حسابی دو سهم دیگر کمتر باشد (اولی ۶۳۰۰۰ - دومی ۴۲۰۰۰ - سومی ۵۲۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۴ - مقداری آجر سفید از قرار هزاری ۲۰۰ ریال و مقداری آجر ترانش از قرار هزاری ۲۵۰ ریال و مقداری آجر سرخ از قرار هزاری ۱۵۰ ریال خریدیم . قیمت های این آجر ها برابر میباشد . تعیین کنید شماره آجر های هر نوع را در صورتیکه بدانیم اگر همه آجر ها سفید بود قیمت کلی ۴۰۰۰ ریال بیش از قیمت فعلی بود (آجر سفید ۱۵۰ هزار - آجر ترانش ۱۲۰ هزار - آجر سرخ ۲۰۰ هزار)

مسئله ۱۷۵ - دو نفر دهقان برای رساندن آب بزرعه های خود بشراکت سدی میندند و قرار میگذارند که هزینه آن بنسبت مستقیم مساحت مزرعه ها و بنسبت معکوس فاصله سد تا مزرعه تقسیم شود. مزرعه اولی ۴۰ آر و فاصله آن تا سد ۲۵ متر است مزرعه دومی ۷۵ آر و فاصله آن تا سد ۳۰ متر است تعیین کنید سهم هر يك را در صورتیکه میدانیم هزینه کلی سد ۱۸۹۹ ریال بوده است

(اولی ۴۶۴ ریال - دومی ۷۲۵ ریال)

مسئله ۱۷۶ - سه نفر کارمند بنگاهی ۱۱۴۵۰ ریال انعام داده شده میخواهیم این پول را بین آنها بنسبت مستقیم سالهای خدمت و بنسبت معکوس حقوق ماهیانه تقسیم کنیم. اولی ۱۸ سال پیشینه خدمت و ۲۷۰۰ ریال حقوق دومی ۱۵ سال پیشینه خدمت و ۲۱۰۰ ریال حقوق و سومی ۱۲ سال پیشینه خدمت و ۱۵۰۰ ریال حقوق دارد تعیین کنید سهم هر يك را

(اولی ۳۵۰۰ ریال - دومی ۳۷۵۰ ریال - سومی ۴۲۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۷ - سه نفر هر يك مدتی سرمایه خود را در بنگاهی گزاردند اولی ۷۵۶۰۰ ریال را در مدت سه ماه و نیم دومی ۴۶۸۰۰ ریال را در مدت ۵ ماه و نیم و سومی ۵۸۹۰۰ ریال را در مدت ۶ ماه در آن بنگاه بکار انداختند. تعیین کنید سود هر يك را در صورتیکه میدانیم مجموع سود ها برابر ۷۴۴۰۹ ریال بوده است

(اولی ۲۲۴۹۱ - دومی ۲۱۸۷۹ - سومی ۳۰۰۳۹ ریال)

مسئله ۱۷۸ - سه نفر هر يك سرمایه ای را مدتی در بانکی گزاردند بنسبت سرمایه اولی بدومی مثل ۲ است به ۳ و بنسبت سرمایه دومی بسومی مثل ۴ است به ۵ و مدتهائی که این سرمایه ها در آن بانک بوده بترتیب متناسبند با برخه های $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{5}$ معین کنید سود هر يك را در صورتیکه میدانیم سود کلی برابر ۴۸۹۷۵ ریال است

(اولی ۱۱۷۵۴ ریال - دومی ۱۹۵۹۰ ریال - سومی ۱۷۶۳۱ ریال)

بخش سیزدهم

آمیزه (اختلاط و امتزاج)

۱. آمیزه

۲۷۶ تعریف - آمیزه عبارتست از آمیختن دو یا چند جسم جامد

یا مایع

۲۷۷ انواع مسائل آمیزه - مسائل آمیزه بدو دسته تقسیم

میشوند - دسته اول آنهاست که در آنها مقدار جنسهای آمیختنی و بهای آنها معلوم است و میخواهیم بهای یک جنس آمیخته را بدست آوریم دسته دوم آنهاست که در آنها بهای جنسهای آمیختنی معلومست و میخواهیم نسبت مقادیر جنسهای آمیختنی را بدست آوریم

۲۷۸ مسئله ۱ - عطاری ۳ کیلوگرم چای را که بهای هر کیلوگرم

آن ۳۶ ریال بود با ۵ کیلوگرم چای که قیمت یک کیلوگرم آن ۲۰ ریال است آمیخت مطلوبت قیمت یک کیلوگرم این آمیخته

حل - میدانی ۳ کیلوگرم چای نوع اول ریال $3 \times 36 = 108$

و ۵ کیلوگرم چای نوع دوم ریال $5 \times 20 = 100$ ارزش دوازدهس

ارزش مجموع چای میشود: ریال $108 + 100 = 208$ و چون ۸ کیلوگرم چای داریم پس بهای یک کیلوگرم آن ریال $\frac{208}{8} = 26$ خواهد بود

۲۷۹ قاعده ۱ - برای تعیین بهای یک آمیخته وقتی مقدار اشیاء

آمیختنی و قیمت یک هر یک در دست باشد بدو مقدار هر جنس را در

قیمت یک‌ه‌اش ضرب نموده مجموع این حاصل ضربها را بر مجموع مقدار جنسها تقسیم میکنیم -

۲۸۰ مسئله ۲ - نانوائی دو نوع آرد دارد اولی هرتنی ۶۰۰

ریال و دومی هرتنی ۷۲۰ ریال ارزش دارد میخواهد از آمیختن آنها آردی بدست آورد که هرتنی ۶۵۰ ریال ارزش داشته باشد تعیین کنید بچه نسبت باید از دو نوع بردارد

حل - يك تن آرد نوع اول بر میداریم و میخواهیم بدانیم چقدر

آرد از نوع دوم باید باین يك تن مخلوط نمود تا بهای مخلوط بدون سود و زیان هرتنی ۶۵۰ ریال گردد - اما از يك تن آرد نوع اول که در مخلوط بکار رود (ریال $600 - 650 = 50$) ۵۰ ریال سود میبریم میخواهیم بدانیم چقدر آرد از نوع دوم باید با این يك تن مخلوط نمود تا ۵۰ ریال زیان داشته باشد - میدانیم از هریك تن آرد نوع دوم که در مخلوط باشد ۷۰ ریال زیان میبریم پس برای آنکه زیان ما برابر ۵۰ ریال سود باشد باید $\frac{5}{7}$ تن آرد از نوع دوم برداریم پس بازاء يك تن آرد از نوع اول باید $\frac{2}{7}$ تن آرد از نوع دوم برداریم و چون يك تن و $\frac{5}{7}$ تن را هفت برابر کنیم میشود ۷ و ۵ و یا عبارت دیگر نسبت مقدار آرد نوع اول بمقدار آرد نوع دوم مثل نسبت ۷ میباشد به ۵ -

این نتیجه را بدین طریق نیز میتوان بدست آورد - گوئیم : از

هر تن آرد اولی که در مخلوط بکار رود :

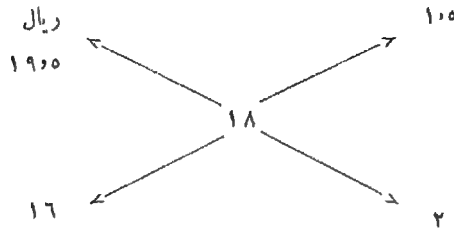
ریال

$600 - 650 = 50$ سود عاید میشود و از هرتن آرد دومی

ریال

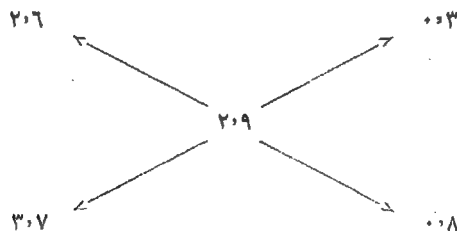
که در مخلوط باشد $720 - 650 = 70$ زیان خواهد بود - حال

حل - چون مطابق قاعده دویم عمل کنیم چنین داریم:



میبینیم نسبت مقدار قهوه اول بمقدار قهوه دویم باید مثل نسبت ۲ باشد به ۱۰۵ یا به نسبت ۴ به ۳ یعنی بازاء هر چهار کیلوگرم از قهوه اولی باید ۳ کیلوگرم از قهوه دویمی برداشت یعنی باید $۷۵ = ۱۰ \times \frac{۳}{۴}$ کیلوگرم از قهوه نوع دویم را با ۱۰ کیلوگرم قهوه نوع اول آمیخت

۴۸۳ ساله ۴ - از آمیختن دو نوع سرکه که اولی هر يك من ۲۶ ریال و دویمی هر يك من ۳۷ ریال ارزش دارد میخوایم ۴۹۵ من سرکه بسازیم که هر من آن ۲۹ ریال ارزش داشته باشد چون مطابق قاعده ۲ عمل کنیم چنین خواهیم داشت



چون هر ۸ من سرکه نوع اول را باید با ۳ من از سرکه نوع دویم آمیخت و چون ۴۹۵ را به نسبت ۳ و ۸ قسمت کنیم میبینیم که

از سرکه اول باید $۳۶ = ۸ \times \frac{۹۰}{۱۱}$ و از سرکه دومی $۱۳۵ = ۳ \times \frac{۹۰}{۱۱}$ برداشت و مزوج کرد

۲۸۴ مسئله ۵ - بقای پنج نوع عدس دارد که قیمت يك خروار آنها به ترتیب ۲۲۴ و ۴۰۰ و ۲۹۲ و ۳۰۸ و ۳۷۰ ریال میباشد میخواهد از آمیختن آنها خلوطی بدست آورد که هر خروار آن ۲۸۳ ریال ارزش داشته باشد تعیین کنید از هر يك چه مقدار باید بردارد
حل - اگر يك خروار عدس اول و يك خروار عدس دوم را برداریم جمعاً

$$\text{ریال } ۹۲ = ۳۳ + ۵۹ = (۲۸۳ - ۲۰۰) + (۲۸۳ - ۲۲۴)$$

سود غایت ما میشود - و اگر يك خروار از عدس سوم و يك خروار از عدس چهارم و يك خروار از عدس پنجم را برداریم جمعاً

$$\text{ریال } ۱۲۱ = ۸۷ + ۲۵ + ۹ = (۳۷۰ - ۲۸۳) + (۳۰۸ - ۲۸۳) + (۲۹۲ - ۲۸۳)$$

زین میکنیم - چنانکه در مسئله دوم دیدیم برای اینکه سود برابر زیان باشد باید از هر کدام از عدسهای دسته اول ۱۲۱ خروار و از هر يك از عدسهای دسته دوم ۹۲ خروار برداریم -

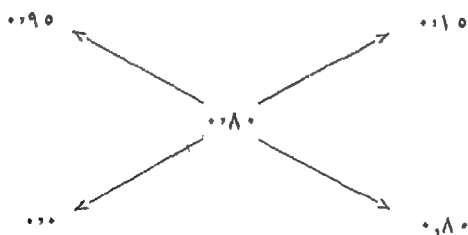
تبصره - بر دانش آموزان است که به امتحان این مسئله توجه آنها تحقیق کنند -

۲۷۵ - قاعده ۳ - هرگاه در مسائل آمیزه سه جزء ششده

آمیزشانی بیش از ۲ باشد و بهی يك ششده آمیزشانی و بهی يك آمیزشده معلوم باشد و بخواهیم نسبت آمیزش را بدست آوریم اختلاف قیمت يك از يك از ششده را با قیمت يك آمیزشده تعیین کرده اندازد مجموع سودها

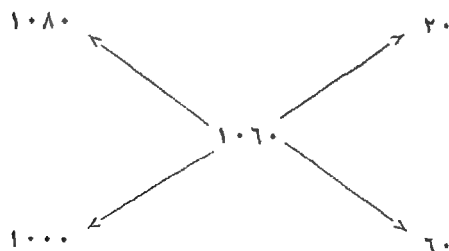
از هر یک اشیائی که زیان میدهد و اندازه مجموع زیانها از هر یک از اشیائی که سود میدهد بر میداریم -

۴۸۶ - مسئله - ۶ - چه مقدار آب باید در ۴۰ لیتر سرکه لیتری ۰٫۹۵ ریال ریخت تا بهای یک لیتر سرکه آمیخته با آب ۰٫۸۰ ریال گردد
حل - با در نظر گرفتن اینکه آب ارزش ندارد مطابق قاعده ۲ عمل میکنیم چنین میشود -



مییابیم که باید با هر ۸۰ لیتر سرکه ۱۵ لیتر آب آمیخت پس در ۴۰ لیتر سرکه باید ۷٫۵ لیتر آب ریخت
۴۸۷ - مسئله - ۷ - ۲۷ لیتر آب دریا داریم که هر لیتر آن ۱۰۸۰ گرم وزن دارد معین کنید چند لیتر آب خالص باید با آن آمیخت تا هر لیتر ممزوج ۱۰۶۰ گرم وزن داشته باشد (وزن یک لیتر آب خالص را ۱۰۰۰ گرم فرض میکنیم) -

حل - باز مطابق قاعده ۲ عمل میکنیم چنین میشود



یعنی باید هر ۶ لیتر آب دریا را با ۲ لیتر آب خالص ممزوج نمود پس ۲۷ لیتر آب دریا را با $9 \times \frac{1}{3} = 3$ لیتر آب خالص ممزوج کرد

۲ - آلیاژها

۴۸۸ - تعریف - هر گاه مقداری از ۲ یا چند فلز مختلف با هم گداخته شود فلزی را که بدین ترتیب بدست میآید آلیاژ خوانند.
معمولا فلزات قیمتی (سیم - زر - نر سفید) را بتمهائی یعنی بطور خالص در بازار گاهی بفکار نمیبرند زیرا بزودی سبیده و از مقدار آن کاسته میشود

برای استحکام و دوام اشیائی که با این فلزها ساخته میشوند آلیاژی از این فلزهای قیمتی با فلزهای دیگر (مانند مس یا آلومینیوم) میسازند

۴۸۹ - عیار و بار - فرض کنیم آلیژی از ۹۲ گرم فلزای خالص و ۸ گرم مس بسازیم گوئیم عیار این آلیاژ $92 = 92\%$ و بار آن $8 = 8\%$ میباشد

پس عیار عبارتست از نسبت وزن فلز قیمتی به وزن آلیاژ و بار عبارتست از نسبت وزن فلز کم بها به وزن آلیاژ

وزن فلز گران بها
وزن فلز ارزان بها

قبضه - حوضه فلز آلیژی مانند حوضه فلز آلیژی است فقط بجای

آلیاژهای چهره ای آلیژیهای غربت میگویند عیار آلیاژها را فلزهای با که بدین هم میگویند و عبارت میکنند

۴۹۰ - مسئله ۱ - ۵۰ گرم زر بعیار ۷۵۰ و ۴۰ گرم زر بعیار ۹۰ و ۳۰ گرم مس خالص را با هم گداخته ایم تعیین کنید عیار شمش حاصل را

$$\text{مقدار زر ویژه اولی} = ۳۷۵ = ۵۰ \times ۷۵۰ \text{ گرم}$$

$$\text{مقدار زر ویژه دومی} = ۳۶ = ۴۰ \times ۹۰$$

پس مقدار زر ویژه موجود در شمش حاصل برابر است با

$$\text{گرم} = ۷۳۵ = ۳۷۵ + ۳۶$$

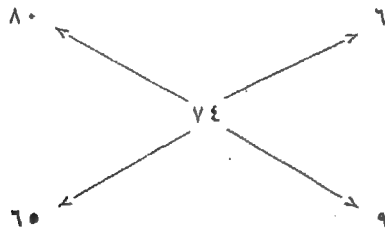
و چون وزن شمش حاصل برابر است با ۱۲۰ گرم $۴۰ + ۵۰ = ۱۲۰$

$$\text{پس عیار شمش ما مساویست با} \quad \frac{۷۳۵}{۱۲۰} = ۰٫۶۱۲۵$$

۴۹۱ - مسئله ۲ زرگری ۲۷ گرم زر بعیار ۸۰ دارد چقدر

زر بعیار ۶۰ باید با آن بگدازد تا شمش بعیار ۷۴ بدست آورد -

حل - چون مطابق قاعده دویم آمیزه عمل کنیم چنین خواهیم داشت



یعنی با هر ۹ گرم زر اولی باید ۶ گرم از زر دومی گداخت

$$\text{پس با ۲۷ گرم زر اولی باید با} \quad ۱۸ = ۲۷ \times \frac{۶}{۹} \text{ گرم زر دومی گداخت}$$

تبصره ۱ - واضح است عیار زر ویژه برابر ۱ و عیار مس خالص

برابر صفر است

تبصره ۲ - مسئله های انواع دیگر آلیاژ ها عیناً مانند مسائل

آمیزه حل میگردد -

مسئله ها

مسئله ۱۷۹ - دونوع آرد داریم یکی کيلو گرمی ۸۱ - ریال و دیگری کيلو - گرمی ۹۹ - ریال ارزش دارند بچه نسبت باید آنها را با هم آمیخت و نشان بخت که نان آن کيلو گرمی ۴۸ - ریال تمام شود در صورتیکه میدانیم هر ۱۰۰ کيلو گرم آرد ۱۲۵ کيلو گرم نان میدهد و ۱۰۰ کيلو گرم نان ۱۲ ریال دستزد بختن و هزینه سوخت لازم دارد - (بعآور مساوی)

مسئله ۱۸۰ - يك لیتر آب دریا ۱۰۸۰ گرم وزن دارد در ظرفی که گنجایش ۳۰ لیتر دارد آب دریا با آب خالص و یختم و ظرف را بر کرده ایم اگر وزن ظرف و مايع آن جمعاً ۳۲۰۹ کيلو گرم باشد و بدانیم وزن ظرف خالی ۶۵ - کيلو گرم است معین کنید مقدار آب دریا و آب خالص را (۱۸ لیتر آب دریا و ۱۲ لیتر آب خالص)

مسئله ۱۸۱ - دو کارخانه قند سازی دونوع چغندر بکار میبرد یکی ۱۱ درصد قند دارد و دیگری ۹ درصد و میبایم ۷۰ قند موجود در چغندر ها گرفته و بقیه تلف میشود معین کنید چه مقدار از چغندر نوع اول باید با ۲۴ تن چغندر نوع دوم مخلوط نمود و در کارخانه بکار برد تا از مخلوط عملاً هفت درصد قند بدست آید (۱۲ تن)

مسئله ۱۸۲ - هنگامی از آب ۱۱۰۰ تن دونوع چای یکی کيلو گرمی ۳۵ ریال و دیگری کيلو گرمی ۴۲ ریال بکفاسون ۱۰۰ کيلو گرمی چای درست کرد که چون آن را به ۲۳۳۶ ریال فروخت ۱۲ درصد از بهای تمام شده سود برد مطلوبیت مقدار هر يك از دو چای (از اولی ۶۰ و از دومی ۴۰ کيلو گرم)

مسئله ۱۸۳ - قطاری میخواهد از مخلوط کردن سونوع قهوه یکی کيلو گرمی ۱۳ ریال دومی کيلو گرمی ۱۶ ریال سیمی کيلو گرمی ۲۰ ریال ۱۸۰ کيلو گرم قهوه بسازد که هر کيلو گرم آن ۱۵ ریال ارزش داشته باشد از هر کدام چقدر لازم است (از اولی ۱۰۸ و از دومی و سومی هر يك ۳۶ کيلو گرم)

مسئله ۱۸۴ - شکلی مقداری محلول ۵ درصد سولیمه دارد میخواهد با آن محلول سولیمه بسازد که ۲۵ درصد هزار محلول باشد معین کنید چقدر آب خالص و چقدر از محلول اولی لازم است (۷۰۰ سانتیمتر مکعب از محلول اولی لازم است)

مسئله ۱۸۵ - دوشمش سیم داریم اگر یک کیلو گرم از اولی و یک کیلو گرم از دومی را با هم بگذاریم عیار شمش حاصل ۰٫۸۵ و اگر دو کیلو گرم از اولی و ۳ کیلو گرم از دومی را با هم بگذاریم عیار شمش حاصل ۰٫۸۶ خواهد بود مطلوبست عیار هر یک از دو شمش (اولی ۰٫۸۰ و دومی ۰٫۹۰)

مسئله ۱۸۶ - دوشمش سیم یکی بیار ۰٫۷۰ و دیگری بیار ۰٫۹۰ را با هم گذاشته ایم عیار شمش حاصل ۰٫۸۴ شده و چون ۱۰۰ گرم سیم ویژه با این شمش اخیر بگذاریم عیار شمش که بدست میآید ۰٫۹۲ میشود مطلوبست وزن هر یک از دو شمش اول - (اولی ۳۰ گرم - دومی ۷۰ گرم)

مسئله ۱۸۷ - ۲۱ کیلو گرم سیم بیار ۰٫۸۰ را با دو شمش سیم دیگر که عیار اولی ۰٫۹۰ و عیار دیگری ۰٫۶۰ و نسبت وزنه‌های آنها یکدیگر مثل نسبت ۲ بوده ۵ با هم گذاشته ایم تعیین کنید وزن این دو شمش را در صورتیکه میدانیم عیار شمش حاصل ۰٫۷۲ است (اولی ۱۴ کیلو گرم - دومی ۳۵ کیلو گرم)

مسئله ۱۸۸ - سه شمش زرداریم که عبارهای آنها بترتیب عبارتند از ۰٫۷۰ و ۰٫۸۵ و ۰٫۹۵ چه مقدار از هر یک از دو شمش اول را باید با ۵۰۰ گرم از شمش سوم با هم گذاشت تا یک کیلو گرم زر بیار ۰٫۸۸ بدست آید. (۲۰۰ گرم از اولی و ۳۰۰ گرم از دومی)

پایان



فهرست

صفحه	صفحه
مقدمه	۱
بخش نخست - شمار	
تشکیل عددها	۴
شمار گفتنی	۴
شمار نوشتنی	۸
مسئله ها	۱۰
بخش دوم - چهار عمل اصلی	
جمع	۱۳
تفریق	۱۸
مسئله های جمع و تفریق	۲۵
ضرب	۲۸
مسئله های ضرب	۳۷
تقسیم	۳۹
مسئله های تقسیم	۴۸
بخش سوم - چهار عمل اصلی	
داده‌های	
عدد های داده‌ی	۵۱
جمع و تفریق	۵۵
ضرب عدد های داده‌ی	۵۶
تقسیم عدد های داده‌ی	۵۸
مسئله های چهار عمل اصلی	
جمع توانها	۷۴
تفریق توانها	۷۵
ضرب توانها	۷۵
تقسیم توانها	۷۶
مسئله ها	۷۸
بخش پنجم - محاسبه های ذهنی	
جمع	۷۹
تفریق	۸۱
ضرب	۸۴
تقسیم	۹۲
مسئله ها	۹۶
بخش ششم - خاصیت عدد ها	
قابلیت تقسیم	۱۰۰
مسئله ها	۱۱۳
عدد های اول	۱۱۵
بزرگترین عا د مشترك و كوچكترین	
مضرب مشترك	۱۱۹
مسئله ها	۱۲۵

صفحه	صفحه
	بخش هفتم - برخه
۱۷۱	۱۲۶ برخه
۱۷۴	۱۳۰ خواص برخه ها
۱۷۸	۱۳۹ اعمال چهار گانه برخه ها
۱۸۲	۱۴۰ تفریق برخه ها
	۱۴۲ ضرب برخه ها
بخش دهم - مراحجه	۱۴۳ تقسیم برخه ها
۱۸۵	۱۴۵ مسئله های علمی برخه
۱۹۲	برخه های معارفی و برخه های دینی
	۱۴۷ مسئله های برخه های دوره ای
بخش یازدهم - تنزیل	۱۵۲ مسئله ها
۱۹۵	تنزیل درونی
۱۹۷	تنزیل درونی
۱۹۹	تبدیل چاه برات بیت برات
۲۰۱	مسئله ها
	بخش هشتم - دستگاه متری
بخش دوازدهم -	۱۵۶ دستگاه متری
تسهیم به نسبت و مشارکت	۱۵۷ اندازه گرفتن درازا
۲۰۳	۱۵۹ اندازه گرفتن رویه
۲۰۵	۱۶۲ اندازه گرفتن کنج
۲۰۸	۱۶۳ اندازه گرفتن وزن
	۱۶۴ اندازه گرفتن آبی
بخش سیزدهم - آمیزه	۱۶۵ اندازه گرفتن زمان
۲۱۰	یکه یون
۲۱۶	۱۶۶
۲۱۸	بخش نهم - نسبت و تناسب
	۱۶۷ نسبت و تناسب

غلط زامه

درست	سطر	صفحه
با حرف (و)	۱۱	۹
۳۵۰ میگردد	۲۳	۳۷
جواب ۱۴ و ۲۳	۲۴	۳۷
در چپ آن میگذاریم	۴	۵۵
تمام هندوانه ها را که ۲۱۰ عدد بود	۸	۶۵
و ۹۰۵ ریال بیش	۸	۶۵
جمعاً مبلغ ۱۳۵۲۸۵ ریال	۵	۶۶
جمعاً ۱۵۳۹۴۵ ریال	۶	۶۶
به ۴۲۳۲۰ ریال	۲۵	۶۶
سود بزاز ۵۵۲۰ ریال	۳	۶۷
دسته اول ۵۲۰ ریال دسته سوم ۱۶۰ ریال	۹	۶۷
به ۳۵۶۴۰ ریال	۱۷	۶۷
زمین ۱۶۲۰۰ متر مربع	۲۰	۶۷
۴ تخت خواب	۲	۶۸
۱۲۳ سال خواهد بود	۶	۶۸
۹۰۶۰ ریال	۱۴	۶۸
۱۰ ریال بیش از آنچه خریده بود	۱۵	۶۸
روغنها را با ۳۱۰ ریال هزینه	۱۴	۷۱
ولی اگر دو گاو دیگر بهمان	۲۰	۷۱
۵۴۰۵ ریال ذخیره	۱۷	۷۳
که نمای آن فضل نمای مقسوم باشد	۲۰	۷۶
در ذهن در خود ضرب	۱۱	۹۸
$\frac{۱۲۵}{۱۸۰} = \frac{۲۵}{۳۶}$	۶	۱۵۳
اولی ۷۸۰۰۰ ریال	۳	۲۰۲
اولی ۶۰ تن	۱۱	۲۰۸

12

DATE DUE

5/11

This book is due on the date
last stamped. A fine of 1 anna
will be charged for each day the
book is kept over time.

1125

ک ۱۲

۵۱۱

۱۱۶۵

کتاب حساب سال اول و پیچیدگیها

Date

No.

Date

No.